

# Modele wielorównaniowe

## Część 2. Identyfikacja

- Podczas 1 części wykładu omówiliśmy formę strukturalną i formę zredukowaną modelu wielorównaniowego

- Podczas 1 części wykładu omówiliśmy formę strukturalną i formę zredukowaną modelu wielorównaniowego
- Problemem jest identyfikacja parametrów modelu

- Podczas 1 części wykładu omówiliśmy formę strukturalną i formę zredukowaną modelu wielorównaniowego
- Problemem jest identyfikacja parametrów modelu
- Okazuje się, że w praktyce nie zawsze parametry równań formy strukturalnej są zidentyfikowane

- Podczas 1 części wykładu omówiliśmy formę strukturalną i formę zredukowaną modelu wielorównaniowego
- Problemem jest identyfikacja parametrów modelu
- Okazuje się, że w praktyce nie zawsze parametry równań formy strukturalnej są zidentyfikowane
- Ten problem nie dotyczy postaci zredukowanej

- Model wielorównaniowy o  $G$  równaniach w formie strukturalnej zapisujemy następująco

$$\mathbf{AY}_t = \mathbf{BX}_t + u_t$$

- Model wielorównaniowy o  $G$  równaniach w formie strukturalnej zapisujemy następująco

$$\mathbf{AY}_t = \mathbf{BX}_t + u_t$$

- Pomnóżmy lewostronnie model przez nieosobliwą macierz  $F_{G \times G}$

$$\mathbf{FAY}_t = \mathbf{FBX}_t + \mathbf{F}u_t$$

- Przyjmijmy oznaczenia

$$\mathbf{A}^* \mathbf{Y}_t = \mathbf{B}^* \mathbf{X}_t + u_t^*$$

- Przyjmijmy oznaczenia

$$\mathbf{A}^* \mathbf{Y}_t = \mathbf{B}^* \mathbf{X}_t + u_t^*$$

- Jeżeli parametry modelu są zidentyfikowane to

$$\mathbf{A} \neq \mathbf{A}^* , \mathbf{B} \neq \mathbf{B}^* , \Sigma \neq \Sigma^*$$

- Przyjmijmy oznaczenia

$$\mathbf{A}^* \mathbf{Y}_t = \mathbf{B}^* \mathbf{X}_t + u_t^*$$

- Jeżeli parametry modelu są zidentyfikowane to

$$\mathbf{A} \neq \mathbf{A}^* , \mathbf{B} \neq \mathbf{B}^* , \boldsymbol{\Sigma} \neq \boldsymbol{\Sigma}^*$$

- Ostatnią postać uzyskaliśmy wykorzystując bijekcję. Wynika z tego że matematycznie modele są równoważne i na podstawie danych nie można określić który jest prawidłowy.

## Przykład (1/2)

- Załóżmy, mamy model dla rynku pewnego dobra

$$q_D = \alpha_0 + \alpha_1 p + u_1$$

$$q_S = \beta_0 + \beta_1 p + u_2$$

$$q_D = q_S$$

## Przykład (1/2)

- Załóżmy, mamy model dla rynku pewnego dobra

$$q_D = \alpha_0 + \alpha_1 p + u_1$$

$$q_S = \beta_0 + \beta_1 p + u_2$$

$$q_D = q_S$$

- Na podstawie teorii konsumenta wiemy, że dla dobra normalnego  $\alpha_1 < 0$ , a z teorii producenta, że  $\beta_1 > 0$

## Przykład (1/2)

- Załóżmy, mamy model dla rynku pewnego dobra

$$q_D = \alpha_0 + \alpha_1 p + u_1$$

$$q_S = \beta_0 + \beta_1 p + u_2$$

$$q_D = q_S$$

- Na podstawie teorii konsumenta wiemy, że dla dobra normalnego  $\alpha_1 < 0$ , a z teorii producenta, że  $\beta_1 > 0$
- Jednak z warunku równości popytu i podaży wynika, że zmienne zależne w obu równaniach są identyczne.

## Przykład (1/2)

- Załóżmy, mamy model dla rynku pewnego dobra

$$q_D = \alpha_0 + \alpha_1 p + u_1$$

$$q_S = \beta_0 + \beta_1 p + u_2$$

$$q_D = q_S$$

- Na podstawie teorii konsumenta wiemy, że dla dobra normalnego  $\alpha_1 < 0$ , a z teorii producenta, że  $\beta_1 > 0$
- Jednak z warunku równości popytu i podaży wynika, że zmienne zależne w obu równaniach są identyczne.
- Po prawej stronie są identyczne zmienne objaśniające.

## Przykład (2/2)

- Załóżmy, mamy model dla rynku pewnego dobra

$$q_D = \alpha_0 + \alpha_1 p + u_1$$

$$q_S = \beta_0 + \beta_1 p + u_2$$

$$q_D = q_S$$

- Zatem niezależnie od sposobu estymacji  $\alpha_0 = \beta_0$ , oraz  $\alpha_1 = \beta_1$ .

## Przykład (2/2)

- Załóżmy, mamy model dla rynku pewnego dobra

$$q_D = \alpha_0 + \alpha_1 p + u_1$$

$$q_S = \beta_0 + \beta_1 p + u_2$$

$$q_D = q_S$$

- Zatem niezależnie od sposobu estymacji  $\alpha_0 = \beta_0$ , oraz  $\alpha_1 = \beta_1$ .
- Jednak wiemy, że powinny być spełnione warunki  $\alpha_1 < 0$  i  $\beta_1 > 0$ .

## Przykład (2/2)

- Załóżmy, mamy model dla rynku pewnego dobra

$$q_D = \alpha_0 + \alpha_1 p + u_1$$

$$q_S = \beta_0 + \beta_1 p + u_2$$

$$q_D = q_S$$

- Zatem niezależnie od sposobu estymacji  $\alpha_0 = \beta_0$ , oraz  $\alpha_1 = \beta_1$ .
- Jednak wiemy, że powinny być spełnione warunki  $\alpha_1 < 0$  i  $\beta_1 > 0$ .
- Nie można tego zapewnić, ze względu na brak możliwości identyfikacji parametrów obu równań

- W modelu omówionym w przykładzie nie można uzyskać poprawnych oszacowań parametrów

- W modelu omówionym w przykładzie nie można uzyskać poprawnych oszacowań parametrów
- Prosta regresji nie będzie reprezentować ani krzywej podaży ani krzywej popytu

- W modelu omówionym w przykładzie nie można uzyskać poprawnych oszacowań parametrów
- Prosta regresji nie będzie reprezentować ani krzywej podaży ani krzywej popytu
- Parametry dla obu krzywych będzie można oszacować, gdy da się odseparować przesunięcia jednej krzywej od przesunięć drugiej

- W modelu omówionym w przykładzie nie można uzyskać poprawnych oszacowań parametrów
- Prosta regresji nie będzie reprezentować ani krzywej podaży ani krzywej popytu
- Parametry dla obu krzywych będzie można oszacować, gdy da się odseparować przesunięcia jednej krzywej od przesunięć drugiej
- Można to zrobić, gdy w jednym z równań występują zmienne nie występujące w drugim równaniu



## Identyfikacja

Mówimy, że forma strukturalna modelu wielorównaniowego jest zidentyfikowana jeżeli ograniczenia nałożone na macierze parametrów  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  są takie, że  $\mathbf{A}^*$  i  $\mathbf{B}^*$  spełniają je jedynie dla  $F = I$

## Identyfikacja

Mówimy, że forma strukturalna modelu wielorównaniowego jest zidentyfikowana jeżeli ograniczenia nałożone na macierze parametrów  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  są takie, że  $\mathbf{A}^*$  i  $\mathbf{B}^*$  spełniają je jedynie dla  $F = I$

- Oznacza to, że z ograniczeń nałożonych na formę strukturalną wynika, że parametry równania znajdujące się w macierzy  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{A}^*$  oraz  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{B}^*$  są sobie równe

# Przykład (1/4)

- Przemnożmy macierze **A** i **B** przez macierz postaci

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}$$

## Przykład (1/4)

- Przemnożmy macierze  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  przez macierz postaci

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}$$

- Macierze  $\mathbf{A}^*$  i  $\mathbf{B}^*$  powinny spełniać te same ograniczenia co macierze  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  więc

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha_1^* \\ 0 & 1 & -\beta_1^* \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \alpha_0^* & \alpha_1^* & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1^* \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## Przykład (2/4)

- Układ równań  $\mathbf{A}^* = \mathbf{FA}$  ma postać

$$\begin{array}{lll} f_{11} + f_{13} = 1 & f_{12} + f_{13} = 0 & f_{11}\alpha_0 - f_{12}\beta_1 = \alpha_1^* \\ f_{21} + f_{23} = 0 & f_{22} + f_{23} = 1 & f_{21}\alpha_0 - f_{22}\beta_1 = \beta_1^* \\ f_{31} + f_{33} = 1 & f_{32} + f_{33} = -1 & f_{31}\alpha_0 - f_{32}\beta_1 = 0 \end{array}$$

## Przykład (3/4)

- W podobny sposób uzyskujemy układ  $\mathbf{B}^* = \mathbf{FB}$

$$\begin{array}{lll} f_{11}\alpha_0 = \alpha_0^* & f_{11}\alpha_1 = \alpha_1^* & f_{12}\beta_1 = 0 \\ f_{21}\alpha_0 = 0 & f_{21}\alpha_1 = 0 & f_{22}\beta_1 = \beta_1^* \\ f_{31}\alpha_0 = 0 & f_{31}\alpha_1 = 0 & f_{32}\beta_1 = 0 \end{array}$$

## Przykład (4/4)

- Jeżeli założymy że parametry postaci strukturalnej  $\alpha_1$  oraz  $\beta_1$  są różne od zera to:

## Przykład (4/4)

- Jeżeli założymy że parametry postaci strukturalnej  $\alpha_1$  oraz  $\beta_1$  są różne od zera to:
  - Z drugiego układu równań wynika, że  $f_{21} = 0$  i  $f_{31} = 0$ , oraz  $f_{12} = 0$  i  $f_{32} = 0$

## Przykład (4/4)

- Jeżeli założymy że parametry postaci strukturalnej  $\alpha_1$  oraz  $\beta_1$  są różne od zera to:
  - Z drugiego układu równań wynika, że  $f_{21} = 0$  i  $f_{31} = 0$ , oraz  $f_{12} = 0$  i  $f_{32} = 0$
  - Wstawiając te rezultaty do pierwszego układu otrzymujemy

$$\begin{array}{lll} f_{11} + f_{13} = 1 & 0 + f_{13} = 0 & f_{11}\alpha_0 - 0\beta_1 = \alpha_1^* \\ 0 + f_{23} = 0 & f_{22} + f_{23} = 1 & 0\alpha_0 - f_{22}\beta_1 = \beta_1^* \\ 0 + f_{33} = 1 & 0 + f_{33} = -1 & 0\alpha_0 - 0\beta_1 = 0 \end{array}$$

## Przykład (4/4)

- Jeżeli założymy że parametry postaci strukturalnej  $\alpha_1$  oraz  $\beta_1$  są różne od zera to:
  - Z drugiego układu równań wynika, że  $f_{21} = 0$  i  $f_{31} = 0$ , oraz  $f_{12} = 0$  i  $f_{32} = 0$
  - Wstawiając te rezultaty do pierwszego układu otrzymujemy

$$\begin{array}{lll} f_{11} + f_{13} = 1 & 0 + f_{13} = 0 & f_{11}\alpha_0 - 0\beta_1 = \alpha_1^* \\ 0 + f_{23} = 0 & f_{22} + f_{23} = 1 & 0\alpha_0 - f_{22}\beta_1 = \beta_1^* \\ 0 + f_{33} = 1 & 0 + f_{33} = -1 & 0\alpha_0 - 0\beta_1 = 0 \end{array}$$

- Zatem  $f_{13} = f_{23} = 0$ , oraz  $f_{11} = f_{22} = f_{33} = 1$  więc  $\mathbf{F} = \mathbf{I}$

- Zaprezentowany w przykładzie sposób sprawdzania identyfikacji układu jest niepraktyczny.

- Zaprezentowany w przykładzie sposób sprawdzania identyfikacji układu jest niepraktyczny.
- W modelach w których ograniczenia nakładane na parametry są ograniczeniami zerowymi wykorzystuje się warunek rzędu i warunek wymiaru.

- Zaprezentowany w przykładzie sposób sprawdzania identyfikacji układu jest niepraktyczny.
- W modelach w których ograniczenia nakładane na parametry są ograniczeniami zerowymi wykorzystuje się warunek rzędu i warunek wymiaru.
- Polegają one na analizie liczby zmiennych endogenicznych i egzogenicznych.

- Równanie  $j$  formy strukturalnej można zapisać jako

$$A_j \mathbf{Y}_t = B_j \mathbf{X}_t + u_t$$

- Równanie  $j$  formy strukturalnej można zapisać jako

$$A_j \mathbf{Y}_t = B_j \mathbf{X}_t + u_t$$

- $A_j$  i  $B_j$  to wiersz  $j$  macierzy odpowiednio  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ .

- Równanie  $j$  formy strukturalnej można zapisać jako

$$A_j \mathbf{Y}_t = B_j \mathbf{X}_t + u_t$$

- $A_j$  i  $B_j$  to wiersz  $j$  macierzy odpowiednio  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ .
- Część elementów tych wektorów będzie równa zero.

- Równanie  $j$  formy strukturalnej można zapisać jako

$$A_j \mathbf{Y}_t = B_j \mathbf{X}_t + u_t$$

- $A_j$  i  $B_j$  to wiersz  $j$  macierzy odpowiednio  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ .
- Część elementów tych wektorów będzie równa zero.
- Możemy zmienić kolejność wektorów, tak aby

$$\mathbf{A} = [1, a_j, 0], \mathbf{B} = [b_j, 0]$$

- Niech  $K_j$  będzie liczbą zmiennych egzogenicznych w równaniu  $j$ .

- Niech  $K_j$  będzie liczbą zmiennych egzogenicznych w równaniu  $j$ .
- Niech  $G_j$  będzie liczbą zmiennych endogenicznych w równaniu  $j$ , przy czym uwzględniamy zmienną z lewej strony równania.

- Niech  $K_j$  będzie liczbą zmiennych egzogenicznych w równaniu  $j$ .
- Niech  $G_j$  będzie liczbą zmiennych endogenicznych w równaniu  $j$ , przy czym uwzględniamy zmienną z lewej strony równania.
- Zatem wymiar wektora  $b_j$  jest równy  $K_j$ , a wektora  $a_j$  równy  $G_j - 1$ .

- Niech  $K_j$  będzie liczbą zmiennych egzogenicznych w równaniu  $j$ .
- Niech  $G_j$  będzie liczbą zmiennych endogenicznych w równaniu  $j$ , przy czym uwzględniamy zmienną z lewej strony równania.
- Zatem wymiar wektora  $b_j$  jest równy  $K_j$ , a wektora  $a_j$  równy  $G_j - 1$ .
- Definiujemy dla równania  $j$  następującą macierz  $\mathbf{U}$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & a_j & 0 & b_j & 0 \\ A_1 & A_\alpha & A_0 & b_B & B_0 \end{bmatrix}$$

- Niech  $K_j$  będzie liczbą zmiennych egzogenicznych w równaniu  $j$ .
- Niech  $G_j$  będzie liczbą zmiennych endogenicznych w równaniu  $j$ , przy czym uwzględniamy zmienną z lewej strony równania.
- Zatem wymiar wektora  $b_j$  jest równy  $K_j$ , a wektora  $a_j$  równy  $G_j - 1$ .
- Definiujemy dla równania  $j$  następującą macierz  $\mathbf{U}$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & a_j & 0 & b_j & 0 \\ A_1 & A_\alpha & A_0 & b_B & B_0 \end{bmatrix}$$

- gdzie  $A_0$  oraz  $B_0$  są to kolumny macierzy  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$ , które w wierszu  $j$  zawierają element 0.

- Macierze dla przekształceniowej formy strukturalnej uzyskiwane są jako  $\mathbf{U}^* = \mathbf{FU}$ .

- Macierze dla przekształcowej formy strukturalnej uzyskiwane są jako  $\mathbf{U}^* = \mathbf{FU}$ .
- Równanie  $j$  formy przekształconej powinno spełniać te same ograniczenia co odpowiadające mu równanie formy nieprzekształconej.

- Macierze dla przekształcowej formy strukturalnej uzyskiwane są jako  $\mathbf{U}^* = \mathbf{FU}$ .
- Równanie  $j$  formy przekształconej powinno spełniać te same ograniczenia co odpowiadające mu równanie formy nieprzekształconej.
- Oznaczmy symbolem  $U_1^*$  pierwszy wiersz macierzy  $\mathbf{U}^*$ .

- Macierze dla przekształcowej formy strukturalnej uzyskiwane są jako  $\mathbf{U}^* = \mathbf{FU}$ .
- Równanie  $j$  formy przekształconej powinno spełniać te same ograniczenia co odpowiadające mu równanie formy nieprzekształconej.
- Oznaczmy symbolem  $U_1^*$  pierwszy wiersz macierzy  $\mathbf{U}^*$ .
- Oznaczmy przez  $f_1$  pierwszy wiersz macierzy  $\mathbf{F}$ .

- Macierze dla przekształcowej formy strukturalnej uzyskiwane są jako  $\mathbf{U}^* = \mathbf{FU}$ .
- Równanie  $j$  formy przekształconej powinno spełniać te same ograniczenia co odpowiadające mu równanie formy nieprzekształconej.
- Oznaczmy symbolem  $U_1^*$  pierwszy wiersz macierzy  $\mathbf{U}^*$ .
- Oznaczmy przez  $f_1$  pierwszy wiersz macierzy  $\mathbf{F}$ .
- Równanie  $j$  będzie zidentyfikowane jeżeli z równania  $U_1^* = f_1 \mathbf{U}$  wynika, że  $f_1 = [f_{10}, f_{11}] = [1, 0, \dots, 0]$ .

- Macierze dla przekształconej formy strukturalnej uzyskiwane są jako  $\mathbf{U}^* = \mathbf{F}\mathbf{U}$ .
- Równanie  $j$  formy przekształconej powinno spełniać te same ograniczenia co odpowiadające mu równanie formy nieprzekształconej.
- Oznaczmy symbolem  $U_1^*$  pierwszy wiersz macierzy  $\mathbf{U}^*$ .
- Oznaczmy przez  $f_1$  pierwszy wiersz macierzy  $\mathbf{F}$ .
- Równanie  $j$  będzie zidentyfikowane jeżeli z równania  $U_1^* = f_1\mathbf{U}$  wynika, że  $f_1 = [f_{10}, f_{11}] = [1, 0, \dots, 0]$ .
- Z definicji macierzy  $\mathbf{U}$  wiemy, że warunek jest spełniony, gdy

$$f_{11}[A_0, B_0] = 0$$

$$f_{11}[A_0, B_0] = 0$$

- Jeżeli macierz  $[A_0, B_0]$  ma pełen rząd kolumnowy równy  $G - 1$  to równość jest spełniona wyłącznie dla  $f_{11} = 0$ .

$$f_{11}[A_0, B_0] = 0$$

- Jeżeli macierz  $[A_0, B_0]$  ma pełen rząd kolumnowy równy  $G - 1$  to równość jest spełniona wyłącznie dla  $f_{11} = 0$ .

### Warunek rzędu

Warunkiem dostatecznym identyfikacji równania  $j$  jest pełen rząd macierzy złożonej z tych kolumn macierzy parametrów formy strukturalnej (macierze **A**, **B**), które w wierszu  $j$  mają element równy 0.

# Przykład

- Macierz  $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  dla omawianego przykładu ma postać

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha_1 & \alpha_0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta_1 & 0 & 0 & \beta_1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Przykład

- Macierz  $[A, B]$  dla omawianego przykładu ma postać

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha_1 & \alpha_0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta_1 & 0 & 0 & \beta_1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Więc dla pierwszego równania macierz  $[A_0, B_0]$  ma postać

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Przykład

- Macierz  $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  dla omawianego przykładu ma postać

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha_1 & \alpha_0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta_1 & 0 & 0 & \beta_1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Więc dla pierwszego równania macierz  $[A_0, B_0]$  ma postać

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Przy założeniu, że  $\beta_1 \neq 0$  jest to macierz nieosobliwa, więc pierwsze równanie jest zidentyfikowane

- Liczba kolumn macierzy  $[A_0, B_0]$  jest równa liczbie zmiennych endogenicznych i zmiennych o wartościach z góry ustalonych, które nie występują w równaniu  $j$

- Liczba kolumn macierzy  $[A_0, B_0]$  jest równa liczbie zmiennych endogenicznych i zmiennych o wartościach z góry ustalonych, które nie występują w równaniu  $j$
- Jest więc ona równa  $G - G_j + K - K_j$

- Liczba kolumn macierzy  $[A_0, B_0]$  jest równa liczbie zmiennych endogenicznych i zmiennych o wartościach z góry ustalonych, które nie występują w równaniu  $j$
- Jest więc ona równa  $G - G_j + K - K_j$

### Warunek wymiaru

Warunkiem koniecznym identyfikacji równania  $j$  jest

$$G - G_j + K - K_j \geq G - 1$$

- Przekształcając równanie uzyskujemy

$$K \geq G_j + K_j - 1$$

- Przekształcając równanie uzyskujemy

$$K \geq G_j + K_j - 1$$

- Jeżeli  $K = G_j + K_j - 1$  równanie jest jednoznacznie zidentyfikowane.

- Przekształcając równanie uzyskujemy

$$K \geq G_j + K_j - 1$$

- Jeżeli  $K = G_j + K_j - 1$  równanie jest jednoznacznie zidentyfikowane.
- Jeżeli  $K > G_j + K_j - 1$  równanie jest niejednoznacznie zidentyfikowane.

- Przekształcając równanie uzyskujemy

$$K \geq G_j + K_j - 1$$

- Jeżeli  $K = G_j + K_j - 1$  równanie jest jednoznacznie zidentyfikowane.
- Jeżeli  $K > G_j + K_j - 1$  równanie jest niejednoznacznie zidentyfikowane.
- Jeżeli  $K < G_j + K_j - 1$  równanie jest niezidentyfikowane.

- Badaczy interesują parametry formy strukturalnej modelu wielorównaniowego, gdyż posiadają one interpretację powiązaną z teorią ekonomiczną.

- Badaczy interesują parametry formy strukturalnej modelu wielorównaniowego, gdyż posiadają one interpretację powiązaną z teorią ekonomiczną.
- Parametrów postaci strukturalnej modelu nie można oszacować MNK z uwagi na problem równoczesności.

- Badaczy interesują parametry formy strukturalnej modelu wielorównaniowego, gdyż posiadają one interpretację powiązaną z teorią ekonomiczną.
- Parametrów postaci strukturalnej modelu nie można oszacować MNK z uwagi na problem równoczesności.
- Wynika on ze sprzężeń zwrotnych występujących między zmiennymi endogenicznymi.

- Pośrednia MNK.

- Pośrednia MNK.
- 2MNK (MZI).

- Pośrednia MNK.
- 2MNK (MZI).
- 3MNK.

- Pośrednia MNK.
- 2MNK (MZI).
- 3MNK.
- LIVE i FIVE, FIML.

- Bazuje na fakcie, że parametry formy zredukowanej można zgodnie oszacować MNK stosując ją do kolejnych równań.

- Bazuje na fakcie, że parametry formy zredukowanej można zgodnie oszacować MNK stosując ją do kolejnych równań.
- Jeżeli parametry modelu są jednoznacznie zidentyfikowane to na podstawie oszacowań parametrów macierzy zredukowanej można odtworzyć parametry postaci strukturalnej.

- Bazuje na fakcie, że parametry formy zredukowanej można zgodnie oszacować MNK stosując ją do kolejnych równań.
- Jeżeli parametry modelu są jednoznacznie zidentyfikowane to na podstawie oszacowań parametrów macierzy zredukowanej można odtworzyć parametry postaci strukturalnej.
- Z reguły modele ekonometryczne są przeidentyfikowane.

- Jeżeli można znaleźć rozsądne instrumenty to do szacowania parametrów można wykorzystać MZI.

- Jeżeli można znaleźć rozsądne instrumenty to do szacowania parametrów można wykorzystać MZI.
- Zmiennymi instrumentalnymi są wszystkie zmienne z góry ustalone w modelu wielorównaniowym.

- Jeżeli można znaleźć rozsądne instrumenty to do szacowania parametrów można wykorzystać MZI.
- Zmiennymi instrumentalnymi są wszystkie zmienne z góry ustalone w modelu wielorównaniowym.
- Zatem, aby możliwa była estymacja zmiennych z góry ustalonych musi być więcej niż zmiennych endogenicznych.

- Jest to kombinacja MZI i UMNK.

- Jest to kombinacja MZI i UMNK.
- Pierwsze dwa kroki są identyczne jak w przypadku 2MNK (MZI).

- Jest to kombinacja MZI i UMNK.
- Pierwsze dwa kroki są identyczne jak w przypadku 2MNK (MZI).
- W trzecim kroku wykorzystujemy UMNK wobec macierzy instrumentów i oszacowania macierzy wariancji-kowariancji.

- FIVE jest to iterowana MZI.

- FIVE jest to iterowana MZI.
- FIML polega na wykorzystaniu Metody Największej Wiarygodności.

- FIVE jest to iterowana MZI.
- FIML polega na wykorzystaniu Metody Największej Wiarygodności.
- Obie metody pozwalają na uzyskanie bardziej efektywnych oszacowań.