Budowa modelu i testowanie hipotez

Problemy metodologiczne

- Dysponujemy oszacowaniami parametrów następującego modelu

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon_t$$

- Dysponujemy oszacowaniami parametrów następującego modelu

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon_t$$

- Celem jest weryfikacja łącznej istotności parametrów modelu

- Dysponujemy oszacowaniami parametrów następującego modelu
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon_t$$
- Celem jest weryfikacja łącznej istotności parametrów modelu
- Czy sposób testowania ma wpływ na uzyskiwany wynik testu?

- Dysponujemy oszacowaniami parametrów następującego modelu

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon_t$$

- Celem jest weryfikacja łącznej istotności parametrów modelu
- Czy sposób testowania ma wpływ na uzyskiwany wynik testu?
- $H_0: \ \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$

- Dysponujemy oszacowaniami parametrów następującego modelu
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon_t$$
- Celem jest weryfikacja łącznej istotności parametrów modelu
- Czy sposób testowania ma wpływ na uzyskiwany wynik testu?
- $H_0 : \ \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$
- $H_0^1 : \ \beta_1 = 0, \ H_0^2 : \ \beta_2 = 0, \ldots, H_0^k : \ \beta_k = 0$

- Zakładamy, że statystyki są niezależne od siebie

- Zakładamy, że statystyki są niezależne od siebie
- przyjmijmy, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu 1 rodzaju wynosi α

- Zakładamy, że statystyki są niezależne od siebie
- przyjmijmy, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu 1 rodzaju wynosi α
- poziom istotności w pierwszej procedurze wynosi oczywiście $1 - \alpha$

- Zakładamy, że statystyki są niezależne od siebie
- przyjmijmy, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu 1 rodzaju wynosi α
- poziom istotności w pierwszej procedurze wynosi oczywiście $1-\alpha$
- w drugiej procedurze odrzucamy H_0 gdy zostanie odrzucona choć jedna z k hipotez

- Zakładamy, że statystyki są niezależne od siebie
- przyjmijmy, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu 1 rodzaju wynosi α
- poziom istotności w pierwszej procedurze wynosi oczywiście $1-\alpha$
- w drugiej procedurze odrzucamy H_0 gdy zostanie odrzucona choć jedna z k hipotez
- zatem rzeczywisty poziom istotności testu wynosi $\alpha^\star = 1-(1-\alpha)^k$

Obciążenie Lovella

Obciążeniem Lovella nazywamy różnicę między nominalnym (założonym) poziomem istotności α a rzeczywistym poziomem istotności przeprowadzanego testu $\alpha^{\star}$

Obciążenie Lovella

Obciążeniem Lovella nazywamy różnicę między nominalnym (założonym) poziomem istotności α a rzeczywistym poziomem istotności przeprowadzanego testu $\alpha^\star$

- wraz ze wzrostem ilości pojedynczych hipotez składających się na hipotezę łączną obciążenie Lovella rośnie, bowiem

$$\lim_{k\to\infty} \alpha^\star = \lim_{k\to\infty} 1 - \underbrace{(1-\alpha)^k}_{0} = 1$$

- Czy miesiąc urodzenia wpływa na poziom uzyskiwanego dochodu?
- Dane: Diagnoza Społeczna 2007

dochod	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|
LUT	-23.33821	47.06868	-0.50	0.620
MAR	-41.63749	45.35714	-0.92	0.359
KWI	-42.24827	45.62751	-0.93	0.354
MAJ	-58.53747	46.9147	-1.25	0.212
CZE	-46.12517	46.70989	-0.99	0.323
LIP	-30.14434	47.25495	-0.64	0.524
SIE	-48.19725	46.73686	-1.03	0.302
WRZ	-42.534	47.81215	-0.89	0.374
PAZ	-91.11514	47.37196	-1.98	0.049
LIS	-57.73076	48.37949	-1.19	0.233
GRU	.127865	48.27925	0.00	0.998
stala	1153.077	32.03349	36.00	0.000

- Na poziomie istotności 5% zmienna dla października jest statystycznie istotna

- Na poziomie istotności 5% zmienna dla października jest statystycznie istotna
- ale rzeczywisty poziom istotności dla łącznej hipotezy wynosi $\alpha^\star = 0{,}44$

- Diagnostyka modelu:

```
Number of obs =   10921
F( 11, 10909) =    0.54
Prob > F      =  0.8808
R-squared     =  0.0005
Adj R-squared = -0.0005
Root MSE      =  1030.6
```

- Diagnostyka modelu:

```
Number of obs =   10921
F( 11, 10909) =    0.54
Prob > F      =  0.8808
R-squared     =  0.0005
Adj R-squared = -0.0005
Root MSE      =  1030.6
```

- ale nieprawidłowe wyniki testów mogą mieć inną przyczynę

- Diagnostyka modelu:

```
Number of obs =   10921
F( 11, 10909) =    0.54
Prob > F      =  0.8808
R-squared     =  0.0005
Adj R-squared = -0.0005
Root MSE      =  1030.6
```

- ale nieprawidłowe wyniki testów mogą mieć inną przyczynę
- zatem należy zwracać uwagę na ewentualne obciążenie

- Jak ustalić listę zmiennych, które należy uwzględnić w modelu?

- Jak ustalić listę zmiennych, które należy uwzględnić w modelu?
- W jaki sposób wybrać optymalny podzbiór zmiennych?

- Jak ustalić listę zmiennych, które należy uwzględnić w modelu?
- W jaki sposób wybrać optymalny podzbiór zmiennych?
- Niebezpieczeństwa związane ze złą specyfikacją

- Stopniowe upraszczanie modelu ogólnego

- Stopniowe upraszczanie modelu ogólnego
- Narzucanie ograniczeń na parametry modelu

- Stopniowe upraszczanie modelu ogólnego
- Narzucanie ograniczeń na parametry modelu
- Model zagnieżdżony jako szczególny przypadek modelu ogólnego

Przykład 1

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & + & \beta_2 & x_2 & + & \beta_3 & x_3 & + & \varepsilon & (1) \\
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & + & \beta_2 & x_2 & & & & + & \varepsilon & (2) \\
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & & & & & & & + & \varepsilon & (3) \\
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & & & & + & \beta_3 & x_3 & + & \varepsilon & (4)
\end{array}
$$

Przykład 1

$$
\begin{array}{cccccccccccccccc}
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & + & \beta_2 & x_2 & + & \beta_3 & x_3 & + & \varepsilon & (1) \\
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & + & \beta_2 & x_2 & & & & + & \varepsilon & (2) \\
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & & & & & & & + & \varepsilon & (3) \\
y & = & \beta_0 & + & \beta_1 & x_1 & & & & + & \beta_3 & x_3 & + & \varepsilon & (4)
\end{array}
$$

Zapis hipotez

$$
\begin{array}{lccc}
H_0^2 & \beta_3 & = & 0 \\
H_0^3 & \beta_2 = \beta_3 & = & 0 \\
H_0^4 & \beta_1 = \beta_2 & = & 0
\end{array}
$$

- Przykład 2. Dochód gospodarstwa=f(miasto, płeć, wykształcenie)

- Przykład 2. Dochód gospodarstwa=f(miasto, płeć, wykształcenie)
- H_0^1 płeć głowy nie ma znaczenia

- Przykład 2. Dochód gospodarstwa=f(miasto, płeć, wykształcenie)
- H_0^1 płeć głowy nie ma znaczenia
- H_0^2 płeć głowy, oraz miejsce zamieszkania nie ma znaczenia

- Przykład 2. Dochód gospodarstwa=f(miasto, płeć, wykształcenie)
- H_0^1 płeć głowy nie ma znaczenia
- H_0^2 płeć głowy, oraz miejsce zamieszkania nie ma znaczenia
- H_0^3 płeć głowy, miejsce zamieszkania i wykształcenie głowy nie ma znaczenia

Krzywa Philipsa

- Na podstawie danych miesięcznych dla Polski szacujemy krzywą Philipsa

```
  Source |       SS     df       MS        Number of obs =     128
---------+------------------------------   F(  5,   122) =   20.05
   Model |  844.53534    5  168.907069     Prob > F      =  0.0000
Residual | 1027.63908  122  8.42327113     R-squared     =  0.4511
---------+------------------------------   Adj R-squared =  0.4286
   Total | 1872.17442  127  14.7415309     Root MSE      =  2.9023
----------------------------------------------------------------
inflacja |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|
---------+------------------------------------------------------
   stopa |
     --. |   4.460899   1.194171    3.74   0.000
     L1. |  -5.479456   2.551726   -2.15   0.034
     L2. |   .5970146   2.850079    0.21   0.834
     L3. |   4.454998   2.565207    1.74   0.085
     L4. |  -4.647815   1.215513   -3.82   0.000
   _cons |   14.64427   1.332817   10.99   0.000
----------------------------------------------------------------
```

Krzywa Philipsa

```
  Source |       SS     df       MS         Number of obs =      128
---------+------------------------------    F(  4,    123) =    25.25
   Model |  844.16574    4  211.041435      Prob > F      =   0.0000
Residual | 1028.00868 123  8.35779416      R-squared     =   0.4509
---------+------------------------------    Adj R-squared =   0.4330
   Total | 1872.17442 127  14.7415309      Root MSE      =    2.891
----------------------------------------------------------------
inflacja |      Coef.  Std. Err.     t   P>|t|
---------+------------------------------------------------------
   stopa |
     --. |  4.348709  1.063177    4.09  0.000
     L1. | -5.069354  1.630214   -3.11  0.002
     L3. |  4.866488  1.643236    2.96  0.004
     L4. | -4.760326  1.086158   -4.38  0.000
   _cons |  14.64621  1.327594   11.03  0.000
----------------------------------------------------------------
```

Obejmowanie

O modelu A mówimy ze obejmuje model B, jeżeli to co można wyjaśnić za pomocą modelu B, może również być wyjaśnione za pomocą modelu A, ale zależność w drugą stronę nie jest prawdziwa

Definiujemy dwa modele

$$\begin{aligned} y &= X_A\beta_A + \varepsilon_A (1) \\ y &= X_B\beta_B + \varepsilon_B (2) \end{aligned}$$

takie że

Definiujemy dwa modele

$$
\begin{aligned}
y &= X_A\beta_A + \varepsilon_A (1) \\
y &= X_B\beta_B + \varepsilon_B (2)
\end{aligned}
$$

takie że

- $X_A \cap X_B \neq \varnothing$

Definiujemy dwa modele

$$
\begin{aligned}
y &= X_A\beta_A + \varepsilon_A (1) \\
y &= X_B\beta_B + \varepsilon_B (2)
\end{aligned}
$$

takie że

- $X_A \cap X_B \neq \varnothing$
- $X_A \subsetneq X_B$ oraz $X_B \subsetneq X_A$

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

- model (1) obejmuje model (2) gdy $\beta_B^\star = 0$

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

- model (1) obejmuje model (2) gdy $\beta_B^\star = 0$
- model (2) obejmuje model (1) gdy $\beta_A^\star = 0$

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

- model (1) obejmuje model (2) gdy $\beta_B^\star = 0$
- model (2) obejmuje model (1) gdy $\beta_A^\star = 0$
- należy zweryfikować obie hipotezy. Możliwe wyniki:

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

- model (1) obejmuje model (2) gdy $\beta_B^\star = 0$
- model (2) obejmuje model (1) gdy $\beta_A^\star = 0$
- należy zweryfikować obie hipotezy. Możliwe wyniki:
  - (1) prawda (2) prawda $\rightarrow$ nie da się ustalić

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

- model (1) obejmuje model (2) gdy $\beta_B^\star = 0$
- model (2) obejmuje model (1) gdy $\beta_A^\star = 0$
- należy zweryfikować obie hipotezy. Możliwe wyniki:
  - (1) prawda (2) prawda $\rightarrow$ nie da się ustalić
  - (1) prawda (2) fałsz $\rightarrow$ model A obejmuje model B

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

- model (1) obejmuje model (2) gdy $\beta_B^\star = 0$
- model (2) obejmuje model (1) gdy $\beta_A^\star = 0$
- należy zweryfikować obie hipotezy. Możliwe wyniki:
    - (1) prawda (2) prawda $\rightarrow$ nie da się ustalić
    - (1) prawda (2) fałsz $\rightarrow$ model A obejmuje model B
    - (1) fałsz (2) prawda $\rightarrow$ model B obejmuje model A

Można zbudować model ogólny

$$y = \bar{X}_A \beta_A^\star + \bar{X}_B \beta_B^\star + W\gamma + \varepsilon$$

- model (1) obejmuje model (2) gdy $\beta_B^\star = 0$
- model (2) obejmuje model (1) gdy $\beta_A^\star = 0$
- należy zweryfikować obie hipotezy. Możliwe wyniki:
    - (1) prawda (2) prawda $\longrightarrow$ nie da się ustalić
    - (1) prawda (2) fałsz $\longrightarrow$ model A obejmuje model B
    - (1) fałsz (2) prawda $\longrightarrow$ model B obejmuje model A
    - (1) fałsz (2) fałsz $\longrightarrow$ brak obejmowania

Test J

Model ogólny może przyjąć postać

$$y = (1 - \lambda) X_A \beta_A + \lambda X_B \beta_B + \varepsilon$$

Test J

Model ogólny może przyjąć postać

$$y = (1 - \lambda) X_A \beta_A + \lambda X_B \beta_B + \varepsilon$$

- gdy $\lambda = 0$ to model A obejmuje model B

Test J

Model ogólny może przyjąć postać

$$y = (1 - \lambda) X_A \beta_A + \lambda X_B \beta_B + \varepsilon$$

- gdy $\lambda = 0$ to model A obejmuje model B
- gdy $\lambda = 1$ to model B obejmuje model A

Test J

- z uwagi na nieliniowość modelu nie można wykorzystać MNK

Test J

- z uwagi na nieliniowość modelu nie można wykorzystać MNK
- rozwiązaniem jest zastosowanie procedury dwustopniowej

Test J

- z uwagi na nieliniowość modelu nie można wykorzystać MNK
- rozwiązaniem jest zastosowanie procedury dwustopniowej
  1. regresja y na X_B, uzyskujemy $\hat{y}_B$

Test J

- z uwagi na nieliniowość modelu nie można wykorzystać MNK
- rozwiązaniem jest zastosowanie procedury dwustopniowej
  1. regresja y na X_B, uzyskujemy $\hat{y}_B$
  2. regresja y na X_A oraz $\hat{y}_B$

Test J

- z uwagi na nieliniowość modelu nie można wykorzystać MNK
- rozwiązaniem jest zastosowanie procedury dwustopniowej
  1. regresja y na X_B, uzyskujemy $\hat{y}_B$
  2. regresja y na X_A oraz $\hat{y}_B$
- test obejmowania sprowadza się do zbadania istotności współczynnika przy zmiennej $\hat{y}_B$

Test J

- Procedura testowa opiera się na przybliżeniu

Test J

- Procedura testowa opiera się na przybliżeniu

$$y = (1 - \lambda)X_A\beta_A + \lambda X_B\beta_B + \varepsilon$$

Test J

- Procedura testowa opiera się na przybliżeniu

$$y = (1-\lambda)X_A\beta_A + \lambda X_B\beta_B + \varepsilon$$

$$\approx (1-\lambda)X_A\beta_A + \lambda X_B b_B + \varepsilon$$

Test J

- Procedura testowa opiera się na przybliżeniu

$$y = (1-\lambda)X_A\beta_A + \lambda X_B\beta_B + \varepsilon$$

$$\approx (1-\lambda)X_A\beta_A + \lambda X_B b_B + \varepsilon$$

$$= (1-\lambda)X_A\beta_A + \lambda \hat{y}_B + \varepsilon$$

- W przypadku modeli szacowanych MNW nie jest możliwe określenie współczynnika R^2

- W przypadku modeli szacowanych MNW nie jest możliwe określenie współczynnika R^2
- Do oceny jakości dopasowania modelu do danych empirycznych stosuje się tzw. kryteria informacyjne

- Kryterium Informacyjne Akaike

$$AIC = -\frac{2\ell(\theta)}{N} + \frac{2k}{N}$$

- Kryterium Informacyjne Akaike

$$AIC = -\frac{2\ell(\theta)}{N} + \frac{2k}{N}$$

- Bayesowskie Kryterium Informacyjne Schwarza

$$BIC = -\frac{2\ell(\theta)}{N} + \frac{klog(N)}{N}$$

- Kryterium Informacyjne Akaike

$$AIC = log(\frac{e'e}{2}) + \frac{2k}{N}$$

- Kryterium Informacyjne Akaike

$$AIC = log(\frac{e'e}{2}) + \frac{2k}{N}$$

- Bayesowskie Kryterium Informacyjne Schwarza

$$BIC = log(\frac{e'e}{2}) + \frac{klog(N)}{N}$$

- Model krzywej Philipsa

- Model krzywej Philipsa

Tabela: Krzywa Philipsa

inflacja	AIC	BIC	ℓ
L(0/4)	641.87	658.98	-314.94
L(0/2)	690.42	701.89	-341.21
L(0134)	639.92	654.18	-314.96