

Weryfikacja założeń KMRL

Część 1

Testy i ich rodzaje

- Cel przeprowadzania testów diagnostycznych
- Testy w próbie o małej liczbie obserwacji (małej próby)
- Testy w próbie o dużej liczbie obserwacji (dużej próby)

Statystyka NR^2

- 1 Szacowanie parametrów modelu z narzuconymi ograniczeniami, zapamiętanie e_R
- 2 Regresja pomocnicza e_R na X
- 3 Statystyka testowa

$$LM = NR^2 \xrightarrow{D} \chi^2_J$$

4

$$LM = \frac{N-k}{J} \frac{R^2}{1-R^2} \xrightarrow{D} F(J, N-k)$$

Test Jarque-Bera (1980)

- Carlos Jarque, Anil Kumar Bera (1980). "Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals". *Economics Letters*. 6 (3): 255–259.
- Współczynnik skośności (trzeci moment centralny)

$$w = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^3}{\sqrt{N}(\sum_{i=1}^n e_i^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- Współczynnik kurtozy (czwarty moment centralny)

$$k = \frac{N \sum_{i=1}^n e_i^4}{(\sum_{i=1}^n e_i^2)^2}$$

Test Jarque-Bera (1980)

- Weryfikowana jest hipoteza

$$H_0 : \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \mathbb{I})$$

$H_1 : \varepsilon$ ma inny rozkład

- Statystyka testowa

$$JB = n \left[\frac{w}{6} + \frac{(k-3)^2}{24} \right] \xrightarrow{D} \chi^2(2)$$

Przykład: duża próba

Source	SS	df	MS	Number of obs =	16162
Model	660.681047	9	73.4090052	F(9, 16152) =	626.18
Residual	1893.5542	16152	.11723342	Prob > F =	0.0000
Total	2554.23525	16161	.158049332	R-squared =	0.2587
				Adj R-squared =	0.2582
				Root MSE =	.34239

lzarobki	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
_Iplec_2	-.2810472	.0057012	-49.30	0.000	-.2922222 - .2698722
wiek	.027991	.0019732	14.19	0.000	.0241232 .0318588
wiek2	-.0002725	.0000254	-10.73	0.000	-.0003223 -.0002227
_Iwyksztal~2	-.2687475	.0149665	-17.96	0.000	-.2980836 -.2394115
_Iwyksztal~3	-.2706048	.0093954	-28.80	0.000	-.2890209 -.2521887
_Iwyksztal~4	-.2394147	.0126095	-18.99	0.000	-.2641307 -.2146987
_Iwyksztal~5	-.4051296	.0091924	-44.07	0.000	-.4231476 -.3871115
_Iwyksztal~6	-.5260538	.0106914	-49.20	0.000	-.5470101 -.5050975
_Iwyksztal~7	-.680285	.0790781	-8.60	0.000	-.8352868 -.5252832
_cons	5.689387	.0380066	149.69	0.000	5.614889 5.763884

Przykład: duża próba

Skewness/Kurtosis tests for Normality

Variable	Pr(Skewness)	Pr(Kurtosis)	adj chi2(2)	joint Prob>chi2
reszty	0.000	0.000	.	0.0000

Przykład: mała próba

Source	SS	df	MS	Number of obs =	157
Model	9.67280958	8	1.2091012	F(8, 148) =	10.43
Residual	17.1523709	148	.115894398	Prob > F =	0.0000
Total	26.8251805	156	.171956285	R-squared =	0.3606
				Adj R-squared =	0.3260
				Root MSE =	.34043

lzarobki	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
_Iplec_2	-.2568238	.0608731	-4.22	0.000	-.3771164 -.1365312
wiek	.0385061	.023018	1.67	0.096	-.0069802 .0839925
wiek2	-.0003301	.0002947	-1.12	0.264	-.0009125 .0002522
_Iwyksztal~2	-.2825087	.1517486	-1.86	0.065	-.5823826 .0173651
_Iwyksztal~3	-.2280566	.0899963	-2.53	0.012	-.4059003 -.0502129
_Iwyksztal~4	-.2884895	.1330854	-2.17	0.032	-.5514825 -.0254965
_Iwyksztal~5	-.4819826	.0873834	-5.52	0.000	-.654663 -.3093022
_Iwyksztal~6	-.630891	.1171126	-5.39	0.000	-.8623199 -.3994621
_cons	5.365438	.4533434	11.84	0.000	4.469576 6.2613

Przykład: mała próba

Skewness/Kurtosis tests for Normality

Variable	Pr(Skewness)	Pr(Kurtosis)	adj chi2(2)	joint Prob>chi2
reszty	0.192	0.514	2.16	0.3398

Test White'a (1980)

- Halbert White. "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity." *Econometrica*. 48 (4). s. 817-838.
- Weryfikowana jest hipoteza

$$H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2 \quad \forall i$$

$H_1 : H_0$ jest nieprawdziwa

Test White'a (1980)

- 1 Szacowanie parametrów modelu zapamiętując wektor reszt e_i
- 2 Podniesienie reszt do kwadratu e_i^2
- 3 Przeprowadzenie regresji pomocniczej
- 4 Zapamiętanie wartości statystyki R^2 dla regresji pomocniczej
- 5 Statystyka $LM = NR^2$ posiada asymptotyczny rozkład χ^2 z liczbą stopni swobody równą liczbie zmiennych w regresji z punktu (3) bez stałej

Przykład: duża próba

Source	SS	df	MS	Number of obs =	16162
Model	660.681047	9	73.4090052	F(9, 16152) =	626.18
Residual	1893.5542	16152	.11723342	Prob > F =	0.0000

Total	2554.23525	16161	.158049332	R-squared =	0.2587

				Adj R-squared =	0.2582
				Root MSE =	.34239

lzarobki	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
_Iplec_2	-.2810472	.0057012	-49.30	0.000	-.2922222 - .2698722
wiek	.027991	.0019732	14.19	0.000	.0241232 .0318588
wiek2	-.0002725	.0000254	-10.73	0.000	-.0003223 -.0002227
_Iwyksztal~2	-.2687475	.0149665	-17.96	0.000	-.2980836 -.2394115
_Iwyksztal~3	-.2706048	.0093954	-28.80	0.000	-.2890209 -.2521887
_Iwyksztal~4	-.2394147	.0126095	-18.99	0.000	-.2641307 -.2146987
_Iwyksztal~5	-.4051296	.0091924	-44.07	0.000	-.4231476 -.3871115
_Iwyksztal~6	-.5260538	.0106914	-49.20	0.000	-.5470101 -.5050975
_Iwyksztal~7	-.680285	.0790781	-8.60	0.000	-.8352868 -.5252832
_cons	5.689387	.0380066	149.69	0.000	5.614889 5.763884

Przykład: duża próba

```
. estat imtest
```

Cameron & Trivedi's decomposition of IM-test

Source	chi2	df	p
Heteroskedasticity	659.05	31	0.0000
Skewness	123.91	9	0.0000
Kurtosis	59.27	1	0.0000
Total	842.24	41	0.0000

Przykład: mała próba

```
. estat imtest
```

Cameron & Trivedi's decomposition of IM-test

Source	chi2	df	p
Heteroskedasticity	37.57	27	0.0848
Skewness	7.21	8	0.5142
Kurtosis	0.51	1	0.4772
Total	45.29	36	0.1379

Test Breuscha-Pagana (1979)

- Trevor Breusch, Adrian Pagan (1979). "A Simple Test for Heteroskedasticity and Random Coefficient Variation". *Econometrica*. 47 (5): 1287–1294.
- Weryfikowana jest hipoteza

$$H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2 \quad \forall i$$

$$H_1 : \sigma_i^2 = \sigma^2 f(\alpha_0 + \alpha_1 z_i)$$

Test Breuscha-Pagana (1979)

- 1 Szacowany jest model zapamiętując wektor reszt e_i
- 2 Podniesienie reszt do kwadratu e_i^2
- 3 Normalizacja wektora reszt $g_i = \frac{e_i^2}{e'e/n}$
- 4 Przeprowadzenie regresji pomocniczej g_i na z_i
- 5 Zapamiętanie ESS
- 6 Statystyka $LM = \frac{1}{2}ESS \sim \chi^2(r(z))$

Przykład: duża próba

Source	SS	df	MS	Number of obs =	16162
Model	660.681047	9	73.4090052	F(9, 16152) =	626.18
Residual	1893.5542	16152	.11723342	Prob > F =	0.0000

Total	2554.23525	16161	.158049332	R-squared =	0.2587

				Adj R-squared =	0.2582
				Root MSE =	.34239

lzarobki	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
_Iplec_2	-.2810472	.0057012	-49.30	0.000	-.2922222 - .2698722
wiek	.027991	.0019732	14.19	0.000	.0241232 .0318588
wiek2	-.0002725	.0000254	-10.73	0.000	-.0003223 -.0002227
_Iwyksztal~2	-.2687475	.0149665	-17.96	0.000	-.2980836 -.2394115
_Iwyksztal~3	-.2706048	.0093954	-28.80	0.000	-.2890209 -.2521887
_Iwyksztal~4	-.2394147	.0126095	-18.99	0.000	-.2641307 -.2146987
_Iwyksztal~5	-.4051296	.0091924	-44.07	0.000	-.4231476 -.3871115
_Iwyksztal~6	-.5260538	.0106914	-49.20	0.000	-.5470101 -.5050975
_Iwyksztal~7	-.680285	.0790781	-8.60	0.000	-.8352868 -.5252832
_cons	5.689387	.0380066	149.69	0.000	5.614889 5.763884

Przykład: duża próba

- `. estat hettest, rhs`

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity

Ho: Constant variance

Variables: _Iplec_2 wiek wiek2 _Iwyksztalc_2 _Iwyksztalc_3
_Iwyksztalc_4 _Iwyksztalc_5 _Iwyksztalc_6 _Iwyksztalc_7

chi2(9) = 550.11

Prob > chi2 = 0.0000

- `. estat hettest`

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity

Ho: Constant variance

Variables: fitted values of lzarobki

chi2(1) = 357.35

Prob > chi2 = 0.0000

Przykład: mała próba

- `. estat hetttest, rhs`

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity

Ho: Constant variance

Variables: `_Iplec_2` `wiek` `wiek2` `_Iwyksztalc_2` `_Iwyksztalc_3`
`_Iwyksztalc_4` `_Iwyksztalc_5` `_Iwyksztalc_6` `_Iwyksztalc_7`

`chi2(8)` = 15.16

`Prob > chi2` = 0.0562

- `. estat hetttest`

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity

Ho: Constant variance

Variables: fitted values of `lzarobki`

`chi2(1)` = 0.93

`Prob > chi2` = 0.3353