

Klasyczny Model Regresji Liniowej

Założenia i własności statystyczne

Założenia Klasycznego Modelu Regresji Liniowej

- 1 Proces generujący dane,
- 2 Liniowość (względem parametrów),
- 3 Wartość oczekiwana składnika losowego jest równa zero,
- 4 Wariancja składnika losowego jest identyczna dla każdej obserwacji,

Założenia Klasycznego Modelu Regresji Liniowej

- 5 Kowariancja między błędami losowymi pochodzącymi od różnych obserwacji wynosi zero,

$$\text{var}(\varepsilon) = \varepsilon\varepsilon' = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \dots & \varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_n) \\ & \ddots & \\ \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_n) & & \text{var}(\varepsilon_n) \end{bmatrix}$$

Macierz kowariancji

Przy spełnionych założeniach **KMRL** postać macierzy wariancji-kowariancji redukuje się do

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

Założenia Klasycznego Modelu Regresji Liniowej

- 6 Składnik losowy ma wielowymiarowy rozkład normalny,
- 7 Egzogeniczność zmiennych niezależnych,
- 8 Macierz obserwacji X ma pełen rząd kolumnowy,
- 9 Macierz obserwacji X zawiera elementy nielosowe (stałe),

Własności statystyczne

- 1 Nieobciążoność

$$E(b) = \beta$$

- 2 Liniowość

$$b = \mathbf{C}y$$

- 3 Wariancja

$$\text{var}(b) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$$

- 4 Efektywność

Twierdzenie Gaussa-Markova

Przy spełnionych założeniach Klasycznego Modelu Regresji Liniowej estymator Metody Najmniejszych Kwadratów jest najlepszym liniowym i nieobciążonym estymatorem dla wektora nieznanymi parametrów β