

**Analiza Szeregów Czasowych**  
**przykładowe pytania na egzamin**  
**27/01/2008**

Na egzaminie należy rozwiązać wybrane 2 zadania z 3 dostępnych. Każde zadanie będzie się składało z ok. 5 pytań. Przykładowe pytania wraz z odpowiedziami zamieszczamy poniżej.

1. Wyjaśnij co to jest filtr Hodricka-Prescota i kiedy się go stosuje. (5 pkt.)

Przy założeniu, że oryginalny szereg składa się z trendu ( $g_t$ ) i wahań cyklicznych ( $c_t$ ):

$$x_t = g_t + c_t$$

filtr HP minimalizuje wyrażenie:

$$\sum_{t=1}^T (x_t - g_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} \left[ (g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1}) \right]^2 \rightarrow \min$$

[2 pkt.]

Parametr  $\lambda \geq 0$  jest parametrem wygładzania. Dla  $\lambda = 0$  mamy  $y_t = g_t$ , natomiast dla  $\lambda \rightarrow \infty$   $g_t$  jest trendem liniowym.

[1 pkt.]

Wartości  $g_t$  znajdowane są za pomocą MNK:

$$\mathbf{G} = (\mathbf{I}_T + \lambda \mathbf{K}'\mathbf{K})^{-1} \mathbf{X}$$

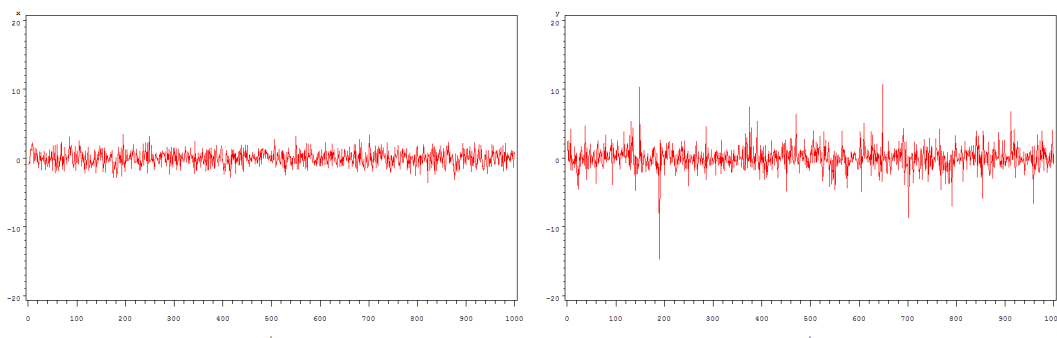
gdzie:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

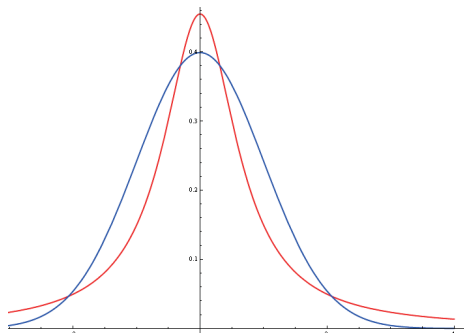
$\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_T)'$ ,  $\mathbf{G} = (g_1, g_2, \dots, g_T)'$  natomiast  $\mathbf{I}_T$  to macierz identycznościowa o wymiarze  $(T \times T)$ .

[2 pkt.]

2. Wyjaśnij co to jest zjawisko leptokurtozy. Który z poniższych dwóch szeregów czasowych można uznać za leptokurtyczny? Uzasadnij. (5 pkt.)



Ze zjawiskiem leptokurtozy (łac. *leptokurthosis*) mamy do czynienia wtedy, gdy w porównaniu z rozkładem normalnym rozkłady stóp zwrotu z aktywów mają "grube ogony" i jednocześnie wyższy szczyt funkcji gęstości. Oznacza to, że prawdopodobieństwo wystąpienia nietypowych zmian (ang. *outliers*) jest większe, niż w przypadku, gdyby miały one rozkład normalny. Ponadto, wartości są jednocześnie bardziej skupione wokół swojej średniej. Ilustruje to poniższy wykres gęstości rozkładu leptokurtycznego (czerwony) i normalnego (niebieski):



[3 pkt.]

Zjawisko leptokurtozy widoczne jest na prawym wykresie. Widać na nim kilka wartości nietypowych występujących częściej niż w przypadku rozkładu normalnego.

[2 pkt.]