Interpretacja parametrów

Stanisław Cichocki

Natalia Nehrebecka

Wykład 5

Plan wykładu

- 1. Interpretacja parametrów przy zmiennych objaśniających ciągłych
  - Interpretacja współczynników regresji w modelu liniowym
  - Elastyczność
  - Semielastyczność

Plan wykładu

- 1. Interpretacja parametrów przy zmiennych objaśniających ciągłych
  - Interpretacja współczynników regresji w modelu liniowym
  - Elastyczność
  - Semielastyczność

Interpretacja współczynników regresji w modelu liniowym

- Model regresji liniowej dla i-tej obserwacji:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_K X_{Ki} + \varepsilon_i$$

- Wartość oczekiwana zmiennej objaśnianej przy danych wartościach zmiennych objaśniających wynosi:

$$E(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} \cdots + \quad \beta_K X_{Ki}$$

- Pochodną cząstkową warunkowej wartości oczekiwanej po x_{Ki}

$$\frac{\partial E(Y_i)}{\partial X_{ki}} = \beta_k$$

β_k mierzy oczekiwaną zmianę $\mathbf{Y}_i$ jako efekt zmiany X_{Ki} o jedną jednostkę, **gdy wartości innych zmiennych objaśniających modelu pozostają niezmienione** (ceteris paribus).

Przykład

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_K X_{Ki} + \varepsilon_i$$

$$\hat{Y}_i = b_1 + b_2 X_{2i} + \ldots + b_K X_{Ki}$$

β_2 – <u>współczynnik</u>

INTERPRETACJA: **jeżeli wartość zmiennej niezależnej X_{2i} <u>wzrośnie</u> o jednostkę, to wartość zmiennej zależnej y :**

- **wzrośnie (jeżeli $b_2>0$) o $|b_2|$ jednostek lub**
- **spadnie (jeżeli $b_2<0$) o $|b_2|$ jednostek**

ceteris paribus.

β_1 – **wyraz wolny**

Uwaga ! Wyrazu wolnego nie interpretujemy.

Przykład

$$placa_i = \beta_1 + \beta_2 nauka_i + \beta_3 wiek_i + \varepsilon_i$$

$$\widehat{placa_i} = -993{,}26 + 73{,}59 \cdot nauka_i + 35{,}09 \cdot wiek_i$$

- Zmienna ***nauka***$_i$ - lata nauki i-tej osoby

- Interpretacja:

  Miesięczne wynagrodzenie wzrasta przeciętnie o 73,59 zł przy wzroście liczby lat nauki o jeden rok, przy założeniu pozostałych charakterystyk na niezmienionym poziomie.

Elastyczność

- Elastyczności mogą być wyznaczane z modelu - **LOGLINIOWYM**, w którym zarówno zmienna objaśniana jak i zmienne objaśniające są logarytmami zmiennych pierwotnych.

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_{2i} + \ldots + \beta_K \ln X_{Ki} + \varepsilon_i$$

$$\ln \mathrm{E}(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 \ln X_{2i} + \ldots + \beta_K \ln X_{Ki}$$

$$\frac{\partial \ln E(Y_i)}{\partial \ln X_{ki}} = \beta_k$$

β_k mierzy o ile procent zmieni się zmienna objaśniana, gdy zmienna objaśniająca zmieni się o jeden procent, **gdy wartości innych zmiennych objaśniających modelu pozostają niezmienione** (ceteris paribus).

Przykład

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_{2i} + \ldots + \beta_K \ln X_{Ki} + \varepsilon_i$$

$$\ln \hat{Y}_i = b_1 + b_2 \ln X_{2i} + \ldots + b_K \ln X_{Ki}$$

β_2 – <u>współczynnik</u>

INTERPRETACJA: jeżeli wartość zmiennej niezależnej X_{2i} <u>wzrośnie</u> o 1% ,
to wartość zmiennej zależnej y :

- **wzrośnie (jeżeli $b_2>0$) o $|b_2|$ % lub**
- **spadnie (jeżeli $b_2<0$) o $|b_2|$ %.**

ceteris paribus.

β_1– wyraz wolny

Uwaga ! Wyrazu wolnego nie interpretujemy.

Przykład

$$\ln(wydatki_i) = \beta_1 + \beta_2 \ln(dochód_i) + \varepsilon_i$$

$$\widehat{\ln(wydatki_i)} = 2 + 0{,}25 \cdot \ln(dochód_i)$$

- Interpretacja:

Miesięczne wydatki wzrastają przeciętnie o 0,25% przy wzroście miesięcznego wynagrodzenia o 1%, przy założeniu pozostałych charakterystyk na niezmienionym poziomie.

Semielastyczność

- Semielastyczności mogą być wyznaczane z modelu , w którym zmienna objaśniana jest zlogarytmowana a zmienne objaśniające nie są logarytmami zmiennych pierwotnych.

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_K X_{Ki} + \varepsilon_i$$

$$\ln \mathrm{E}(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_K X_{Ki}$$

$$\frac{\partial \ln E(Y_i)}{\partial X_{ki}} = \beta_k$$

β_k ***100%** mierzy o ile procent zmieni się zmienna objaśniana, gdy zmienna objaśniająca zmieni się o jedną jednostkę, **gdy wartości innych zmiennych objaśniających modelu pozostają niezmienione** (ceteris paribus).

Przykład

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_K X_{Ki} + \varepsilon_i$$

$$\ln \hat{Y}_i = b_1 + b_2 X_{2i} + \ldots + b_K X_{Ki}$$

β_2 – <u>współczynnik</u>

INTERPRETACJA: jeżeli wartość zmiennej niezależnej X_{2i} <u>wzrośnie</u> o 1 jednostkę, to wartość zmiennej zależnej y :

- **wzrośnie (jeżeli $b_2>0$) o $|b_2|$ *100% lub**
- **spadnie (jeżeli $b_2<0$) o $|b_2|$ *100%.**

ceteris paribus.

β_1 – wyraz wolny

Uwaga ! Wyrazu wolnego nie interpretujemy.

Przykład

$$\ln(placa_i) = \beta_1 + \beta_2 wiek_i + \varepsilon_i$$

$$\ln(\widehat{placa}_i) = 2{,}34 + 0{,}04 \cdot wiek_i$$

- Interpretacja:

  Płaca wzrasta przeciętnie o 4% przy wzroście wieku o 1 rok, przy założeniu pozostałych charakterystyk na niezmienionym poziomie.

Zadanie

$$\widehat{\ln(wydatki_i)} = 3{,}6 + 0{,}35 \cdot \ln(dochód)_i + 0{,}11 \cdot dzieci_i$$

- Interpretacja:

Elastyczność: wzrost dochodu o 1% powoduje wzrost wydatków o 0,35% przy założeniu pozostałych charakterystyk na niezmienionym poziomie.

Semielastyczność: wzrost liczby dzieci o 1 powoduje wzrost wydatków o 11%=0,11*100% przy założeniu pozostałych charakterystyk na niezmienionym poziomie.

Ściągawka

Zmienna zależna	Zmienna niezależna	Interpretacja β
y	x	$\Delta y = \beta \Delta x$
$\ln(y)$	$\ln(x)$	$\%\Delta y = \beta \% \Delta x$
$\ln(y)$	x	$\%\Delta y = (100\beta)\Delta x$
y	$\ln(x)$	$\Delta y = (\beta / 100)\%\Delta x$

Pytania teoretyczne

1. Kiedy mówimy, że model można sprowadzić do modelu liniowego względem przekształconych zmiennych?
2. Wyjaśnić, co to jest efekt cząstkowy.
3. Podać definicję elastyczności cząstkowej.
4. Podać definicję semielastyczności cząstkowej.

Dziękuję za uwagę