

Testowanie hipotez statystycznych (część II)

Wykład 9

Natalia Nehrebecka Stanisław Cichocki

5 grudnia 2015

Plan zajęć

- 1 Testowanie hipotez łącznych
 - Hipotezy łączne - test F

- 2 Pytania teoretyczne

Hipotezy łączne są ważne z punktu widzenia:

- rozważań teoretycznych
- doboru zmiennych do modelu

Uwaga:

Hipotezy łączne nie są równoważne iloczynowi hipotez prostych!

Typowa hipoteza łączna

dana jest układem równań:

$$H_0 : \mathbf{H}\beta = \mathbf{h}$$

gdzie: \mathbf{H} - macierz o pełnym rzędzie wierszowym $= g$.

Liczba równań w tym układzie nazywana jest **liczbą ograniczeń**

Układ równań:

- zawiera równania liniowo niezależne
- nie jest sprzeczny

Zadanie

W modelu:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$$

testowana jest hipoteza H_0 postaci:

$$H_0 : \begin{cases} \beta_0 = 0 \\ \beta_1 = \beta_2 \\ \beta_2 + \beta_3 = 1 \end{cases}$$

Znaleźć macierze \mathbf{H} i \mathbf{h} za pomocą których hipotezę H_0 można zapisać jako $\mathbf{H}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{h}$.

Statystyka testowa

$$F = \frac{(S_R - S)/g}{S/(N - K)} = \frac{(R^2 - R_R^2)/g}{(1 - R^2)/(N - K)} \sim F(g, N - K)$$

gdzie:

$S_R = \mathbf{e}'_R \mathbf{e}_R$ - suma kwadratów reszt w modelu z narzuconymi ograniczeniami, wynikającymi z hipotezy zerowej $H_0 : \mathbf{H}\beta = \mathbf{h}$

$S = \mathbf{e}'\mathbf{e}$ - suma kwadratów reszt w modelu bez ograniczeń

Interpretacja

Ograniczenia w modelu utrudniają minimalizację kwadratów reszt, z tego powodu $\mathbf{e}'_R \mathbf{e}_R \geq \mathbf{e}'\mathbf{e}$, zatem:

- wprowadzenie ograniczeń zawsze powoduje pogorszenie dopasowania (mierzone R^2)
- znaczne pogorszenie dopasowania \Rightarrow wysoka wartość statystyki F
- wysoka wartość statystyki \Rightarrow odrzucenie hipotezy zerowej

Statystyka krytyczna

Odczytujemy z tablic rozkładu F wartość krytyczna (- poziom istotności) :

$$F^* = F(g, N - K)$$

Podjęcie decyzji

- $F \geq F^*$ - odrzucamy hipotezę zerowa
- $F < F^*$ - nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej

- 1 Jak należy testować hipotezę postaci $H_0 : \mathbf{H}\beta = \mathbf{h}$, używając do tego sum kwadratów reszt z modelu bez ograniczeń i z ograniczeniami?
- 2 Wyjaśnić, jakie korzyści i niebezpieczeństwa łączą się z narzucaniem ograniczeń na model.