

Wybór formy funkcyjnej modelu (cz. II)

Wykład 6

Natalia Nehrebecka Stanisław Cichocki

19 listopada 2014

Plan zajęć

- 1 Interpretacja parametrów
 - Interpretacja parametrów w modelu liniowym
 - Elastyczność
 - Interpretacja parametrów w modelu logliniowym
 - Semielastyczność
 - Elastyczność i semielastyczność - przykład
- 2 Model potęgowy
 - Zastosowania modelu potęgowego
- 3 Pytania teoretyczne

- Dobry model dobrze opisuje zjawisko i posiada parametry o intuicyjnie oczywistej interpretacji.
- Interpretacja wyników jest ważna, bo umożliwia porównanie wyników z teorią, zdrowym rozsądkiem, wynikami z innych źródeł itp.

Efekt cząstkowy

ang. *partial effect*

Efekt cząstkowy zmiana oczekiwanego y_i w reakcji na zmianę x_{ki} ; wynosi $\frac{\Delta E(y)}{\Delta x_k}$ przy założeniu *ceteris paribus*.

W modelu liniowym

$$E(y_i) = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_K x_{Ki}$$

o ile zmienne $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{Ki}$ oraz parametry $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K$ są nielosowe.

Zatem **efekt cząstkowy** dla $\Delta x_k = 1$ równy jest β_k .

Wniosek

Parametr β_k w modelu **liniowym** opisuje zmianę oczekiwanej wartości y_i na skutek jednostkowej zmiany x_{ki} , przy założeniu, że wszystkie pozostałe zmienne nie ulegają zmianie.

Przykład

```
. reg w04 dochg if typ=1
```

Source	SS	df	MS
Model	334324900	1	334324900
Residual	5.1186e+09	18326	279307.612
Total	5.4529e+09	18327	297534.578

Number of obs = 18328
F(1, 18326) = 1196.98
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.0613
Adj R-squared = 0.0613
Root MSE = 528.5

w04	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
dochg	.069476	.0020081	34.60	0.000	.0655398 .0734121
_cons	285.6029	8.012152	35.65	0.000	269.8983 301.3074

Elastycznością cząstkową nazywamy procentową zmianę oczekiwanego y w reakcji na 1% zmianę x_k :

$$e_{y,x_k} = \frac{\Delta E(y)}{E(y)} \bigg/ \frac{\Delta x_k}{x_k} = \frac{\Delta E(y)}{\Delta x_k} \frac{x_k}{E(y)} \approx \frac{\partial E(y)}{\partial x_k} \frac{x_k}{E(y)}$$

ale $\frac{\partial \ln(\varphi(x))}{\partial \varphi(x)} = \frac{1}{\varphi(x)}$, stąd $\frac{\partial \ln E(y)}{\partial E(y)} = \frac{1}{E(y)}$ oraz $\frac{x_k}{\partial x_k} = \frac{1}{\partial \ln(x_k)}$, więc:

$$e_{y,x_k} = \frac{\partial \ln(E(y))}{\partial \ln x_k}.$$

W modelu logliniowym

$$\ln E(Y_i) = \beta_1 \ln X_{1i} + \beta_2 \ln X_{2i} + \dots + \beta_K \ln X_{Ki}$$

wtedy

$$\frac{\partial \ln E(Y_i)}{\partial \ln X_{ki}} = \beta_k$$

o ile zmienne $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{Ki}$ oraz parametry $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K$ są nielosowe.

Wniosek

Parametr β_k w modelu **logliniowym** jest elastycznością y względem x_k .

Przykład

```
. reg ln_wydatki_na_mieszkanie ln_dochod if typ=1
```

Source	SS	df	MS
Model	1161.9238	1	1161.9238
Residual	10886.6431	18326	.59405452
Total	12048.5669	18327	.657421669

Number of obs = 18328
F(1, 18326) = 1955.92
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.0964
Adj R-squared = 0.0964
Root MSE = .77075

ln_wydatki_e	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_dochod	.4716229	.010664	44.23	0.000	.4507205	.4925253
_cons	2.178381	.085701	25.42	0.000	2.010399	2.346363

Semielastycznością cząstkową nazywamy procentową zmianę oczekiwanego y w reakcji na jednostkową zmianę x_k :

$$\ddot{e}_{y,x_k} = \frac{\Delta E(y)}{E(y)} / \Delta x_k \approx \frac{\partial E(y)}{\partial x_k} \frac{1}{E(y)} = \frac{\partial \ln E(y)}{\partial x_k}$$

Wpływ dochodu i liczby dzieci na wydatki na żywność

$$\widehat{\ln(\text{wydatki}_i)} = 3,6 + 0,35 \times \ln(\text{dochód}_i) + 0,2 \times \ln(\text{dzieci}_i)$$

Interpretacja (elastyczność): wzrost dochodu o 1% powoduje wzrost wydatków o 0,35%; wzrost liczby dzieci o 1% powoduje wzrost wydatków o 0,2%

$$\widehat{\ln(\text{wydatki}_i)} = 3,6 + 0,34 \times \ln(\text{dochód}_i) + 0,11 \times \text{dzieci}_i$$

Interpretacja (semielastyczność): wzrost liczby dzieci o 1 powoduje wzrost wydatków o 11%

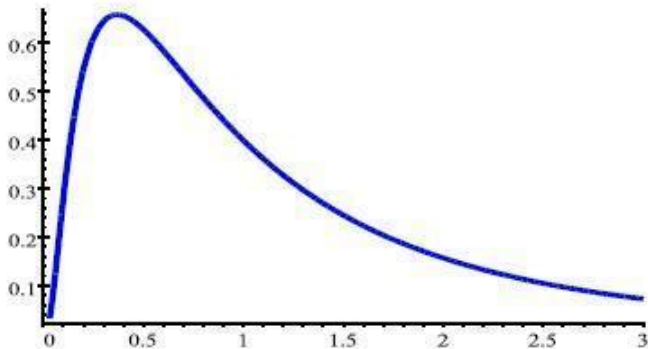
- Stosując model potęgowy logarytmujemy zmienną zależną jak i zmienne niezależne.
- Zmienna zależna i zmienne niezależne powinny przyjmować wartości dodatnie, ponieważ w innym przypadku nie da się ich zlogarytmować.

$$\ln(Y_i) = \beta_1 \ln X_{1i} + \beta_2 \ln X_{2i} + \dots + \beta_K \ln X_{Ki} + \varepsilon_i$$

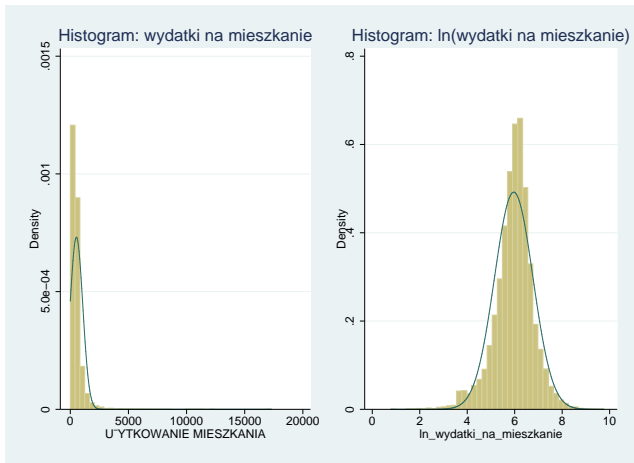
Wybór pomiędzy modelem liniowym a potęgowym

- W badaniach empirycznych często stwierdzamy, że zmienne w modelu mają rozkład zbliżony do normalnego bądź do lognormalnego.
- Jeśli ϵ ma rozkład lognormalny, to $\ln(\epsilon)$ ma rozkład normalny.

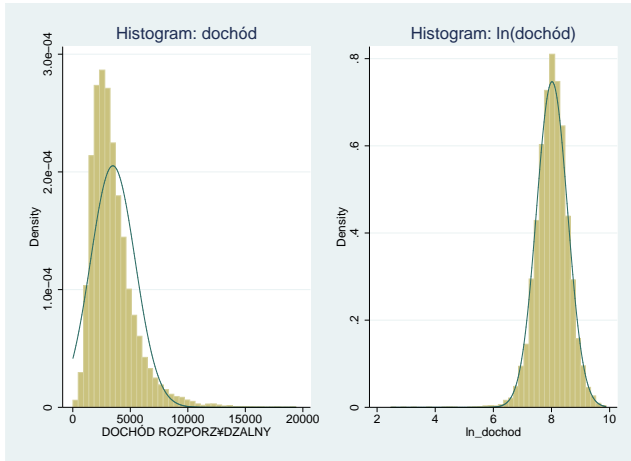
Rozkład lognormalny



Przykład: Wydatki mieszkaniowe gospodarstw domowych



Dochody gospodarstw domowych



Wyniki regresji: poziomy

```
reg w04 dochg if typ==1
```

Source	SS	df	MS
Model	334324900	1	334324900
Residual	5.1186e+09	18326	279307.612
Total	5.4529e+09	18327	297534.578

Number of obs = 18328
 F(1, 18326) = 1196.98
 Prob > F = 0.0000
 R-squared = 0.0613
 Adj R-squared = 0.0613
 Root MSE = 528.5

w04	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
dochg	.069476	.0020081	34.60	0.000	.0655398 .0734121
_cons	285.6029	8.012152	35.65	0.000	269.8983 301.3074

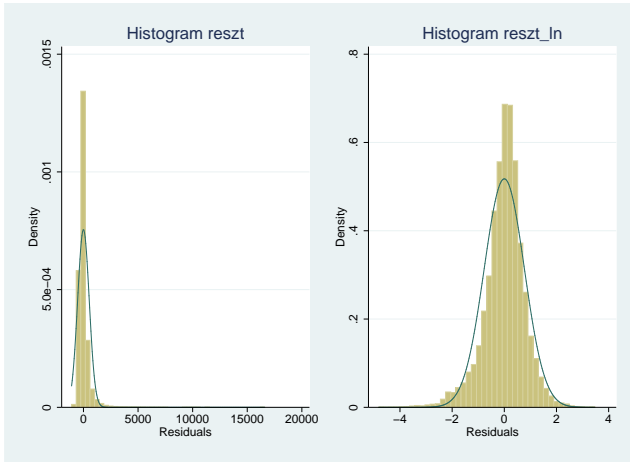
Wyniki regresji: logarytmy

reg ln_wydatki_na_mieszkanie ln_dochod if typ==1

Source	SS	df	MS	
Model	1161.9238	1	1161.9238	Number of obs = 18328
Residual	10886.6431	18326	.59405452	F(1, 18326) = 1955.92
Total	12048.5669	18327	.657421669	Prob > F = 0.0000
				R-squared = 0.0964
				Adj R-squared = 0.0964
				Root MSE = .77075

ln_wydatkiów	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
ln_dochod	.4716229	.010664	44.23	0.000	.4507205 .4925253
_cons	2.178381	.085701	25.42	0.000	2.010399 2.346363

Reszty z regresji



- 1 Wyjaśnić, co to jest efekt cząstkowy?
- 2 Podaj definicję elastyczności cząstkowej.
- 3 Podaj definicję semielastyczności cząstkowej.