Heteroskedastyczność i autokorelacja (cz. II)

Wykład 15

Natalia Nehrebecka
Stanisław Cichocki

Plan zajęć

1. Konsekwencje heteroskedastyczności i autokorelacji

2. Uogólniona MNK

3. Stosowalna Uogólniona MNK

4. Odporne macierze wariancji i kowariancji b

Plan zajęć

1. Konsekwencje heteroskedastyczności i autokorelacji

2. Uogólniona MNK

3. Stosowalna Uogólniona MNK

4. Odporne macierze wariancji i kowariancji b

SUMNK

- Gdy elementy macierzy V są nieznane ⟶ używamy estymatora UMNK zastępując V oszacowaniem $\hat{V}$
  - (lub równoważnie $\Omega = \sigma^2 V$ zastąpiona jest $\widehat{\Omega}$)

⟶ metoda ta to Stosowalna Uogólniona Metoda Najmniejszych Kwadratów (*Feasible Generalized Least Squares*)

Stosowalna Uogólniona MNK

- **Istota:** budujemy dodatkowy model dla wariancji i kowariancji tak aby znaleźć funkcję $\Omega(\theta)$

- Zakładamy, że

$$Var(\varepsilon) = \Omega(\theta)$$

  - gdzie wymiar $\boldsymbol{\theta}$ nie zależy od liczby obserwacji.
  - Dla znanego $\boldsymbol{\theta}$ moglibyśmy zastosować UMNK, jednak zwykle $\boldsymbol{\theta}$ jest nieznane.
  - Wiemy, że estymator MNK jest zgodny nawet wtedy, gdy występuje autokorelacja lub heteroskedastyczność.

Przykład

- Typowy przykład zastosowania SUMNK – usuwanie heteroskedastyczności z modelu

- Heteroskedastyczność ma postać zależności funkcyjnej:

$$\sigma_i{}^2 = \alpha_0 + z_i\alpha$$

- a więc

$$Var(\varepsilon) = \Omega(\alpha_0,\, \alpha)$$

- Można ją wykryć za pomocą testu Breuscha-Pagana.

SUMNK

- Etapy estymacji za pomocą SUMNK:

1. Szacujemy model za pomocą MNK, uzyskując zgodny estymator b_{MNK}

2. Na podstawie wektora reszt e szacujemy model pomocniczy, z którego otrzymujemy zgodny estymator θ

3. Powtórnie szacujemy parametry modelu stosując estymator UMNK, nieznaną macierz Ω zastępujemy jej oszacowaniem $\Omega(\hat{\theta})$

SUMNK

4. Uzyskany estymator SUMNK:

$$b_{SUMNK} = \left[\boldsymbol{X}'\Omega^{-1}\left(\widehat{\theta}\right)\boldsymbol{X} \right]^{-1} \boldsymbol{X}'\Omega^{-1}\left(\widehat{\theta}\right)\boldsymbol{y}$$

Plan zajęć

1. Konsekwencje heteroskedastyczności i autokorelacji

2. Uogólniona MNK

3. Stosowalna Uogólniona MNK

4. Odporne macierze wariancji i kowariancji b

Odporne macierze wariancji i kowariancji b

- Istnieją **estymatory macierzy wariancji i kowariancji**, które są **zgodne** w przypadku występowania heteroskedastyczności lub autokorelacji

→ odporne (robust) estymatory wariancji

- Stosujemy różne estymatory w zależności od tego czy w modelu występuje heteroskedastyczność czy autokorelacja

- Najpopularniejszym odpornym na **heteroskedastyczność** estymatorem macierzy wariancji i kowariancji b jest estymator White'a

- Estymator Newey'a-Westa macierzy wariancji i kowariancji b stosujemy gdy w modelu występuje **heteroskedastyczność i autokorelacja**

Pytania teoretyczne

1. Jak niesferyczność błędów losowych wpływa na własności MNK?
2. Pokazać, w jaki sposób można, w przypadku znanej macierzy Ω, sprowadzić model z niesferycznymi błędami losowymi do modelu spełniającego założenia KMRL.
3. Wyjaśnić różnicę między UMNK i SUMNK.
4. Jakie są zalety stosowania estymatora MNK w połączeniu z estymatorem odpornym macierzy wariancji i kowariancji w porównaniu do stosowania estymatora UMNK.

Dziękuję za uwagę