Wybór formy funkcyjnej modelu cz. II

Wykład 5

Natalia Nehrebecka Stanisław Cichocki

13 listopada 2019

Plan zajęć

1. Interpretacja parametrów
   - Interpretacja parametrów w modelu liniowym
   - Elastyczność
   - Interpretacja parametrów w modelu logliniowym
   - Semielastyczność
   - Elastyczność i semielastyczność - przykład
2. Model potęgowy
   - Zastosowania modelu potęgowego
3. Pytania teoretyczne

- Dobry model dobrze opisuje zjawisko i posiada parametry o intuicyjnie oczywistej interpretacji.
- Interpretacja wyników jest ważna, bo umożliwia porównanie wyników z teorią, zdrowym rozsądkiem, wynikami z innych źródeł itp.

Efekt cząstkowy
ang. *partial effect*

Efekt cząstkowy zmiana oczekiwanego y_i w reakcji na zmianę x_{ki}; wynosi $\frac{\Delta E(y)}{\Delta x_k}$

W modelu liniowym

$$E(y_i) = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots \beta_K x_{Ki}$$

o ile zmienne $x_{1i}, x_{2i}, \ldots x_{Ki}$ oraz parametry $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_K$ są nielosowe.

Zatem **efekt cząstkowy** dla $\Delta x_k = 1$ równy jest β_k.

Wniosek

Parametr β_k w modelu **liniowym** opisuje zmianę oczekiwanej wartości y_i na skutek jednostkowej zmiany x_{ki}, przy założeniu, że wszystkie pozostałe zmienne w modelu nie ulegają zmianie (ceteris paribus).

Przykład

```
. reg w04 dochg   if typ==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =   18328
-------------+------------------------------           F(  1, 18326) = 1196.98
       Model |   334324900     1   334324900           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  5.1186e+09 18326  279307.612           R-squared     =  0.0613
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0613
       Total |  5.4529e+09 18327  297534.578           Root MSE      =   528.5

------------------------------------------------------------------------------
         w04 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       dochg |    .069476   .0020081    34.60   0.000     .0655398    .0734121
       _cons |   285.6029   8.012152    35.65   0.000     269.8983    301.3074
------------------------------------------------------------------------------
```

Elastycznością cząstkową nazywamy procentową zmianę oczekiwanego y w reakcji na 1% zmianę x_k:

$$e_{y,x_k} = \frac{\Delta E(y)}{E(y)} \Big/ \frac{\Delta x_k}{x_k} = \frac{\Delta E(y)}{\Delta x_k} \frac{x_k}{E(y)} \approx \frac{\partial E(y)}{\partial x_k} \frac{x_k}{E(y)}$$

ale $\frac{\partial ln(\varphi(x))}{\partial \varphi(x)} = \frac{1}{\varphi(x)}$, stąd $\frac{\partial lnE(y)}{\partial E(y)} = \frac{1}{E(y)}$ oraz $\frac{x_k}{\partial x_k} = \frac{1}{\partial ln(x_k)}$, więc:

$$e_{y,x_k} = \frac{\partial ln(E(y))}{\partial ln x_k}.$$

W modelu logliniowym

$$lnE(Y_i) = \beta_1 lnX_{1i} + \beta_2 lnX_{2i} + \cdots + \beta_K lnX_{Ki}$$

wtedy

$$\frac{\partial lnE(Y_i)}{\partial lnX_{ki}} = \beta_k$$

o ile zmienne $x_{1i}, x_{2i}, \ldots x_{Ki}$ oraz parametry $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_K$ są nielosowe.

Wniosek

Parametr β_k w modelu **logliniowym** jest elastycznością y względem x_k.

Przykład

```
. reg ln_wydatki_na_mieszkanie ln_dochod  if typ==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =   18328
-------------+------------------------------           F(  1, 18326) = 1955.92
       Model |  1161.9238     1   1161.9238           Prob > F      =  0.0000
    Residual | 10886.6431 18326  .59405452           R-squared     =  0.0964
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0964
       Total | 12048.5669 18327  .657421669          Root MSE      =  .77075

------------------------------------------------------------------------------
ln_wydatki~e |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
   ln_dochod |   .4716229    .010664    44.23   0.000     .4507205    .4925253
       _cons |   2.178381    .085701    25.42   0.000     2.010399    2.346363
------------------------------------------------------------------------------
```

Semielastycznością cząstkową nazywamy procentową zmianę oczekiwanego y w reakcji na jednostkową zmianę x_k:

$$\ddot{e}_{y,x_k} = \frac{\Delta E(y)}{E(y)} \Big/ \Delta x_k \approx \frac{\partial E(y)}{\partial x_k} \frac{1}{E(y)} = \frac{\partial ln E(y)}{\partial x_k}$$

Wpływ dochodu i liczby dzieci na wydatki na żywność

$$ln(\widehat{\mathrm{wydatki}_i}) = 3,6 + 0,35 \times ln(\mathrm{dochód}_i) + 0,2 \times ln(\mathrm{dzieci}_i)$$

Interpretacja (elastyczność): wzrost dochodu o 1% powoduje średnio wzrost wydatków o $0,35\%$ przy pozostałych zmiennych na niezmienionym poziomie; wzrost liczby dzieci o 1% powoduje średnio wzrost wydatków o $0,2\%$ przy pozostałych zmiennych na niezmienionym poziomie

$$ln(\widehat{\mathrm{wydatki}_i}) = 3,6 + 0,34 \times ln(\mathrm{dochód}_i) + 0,11 \times \mathrm{dzieci}_i$$

Interpretacja (semielastyczność): wzrost liczby dzieci o 1 powoduje średnio wzrost wydatków o 11% przy pozostałych zmiennych na niezmienionym poziomie

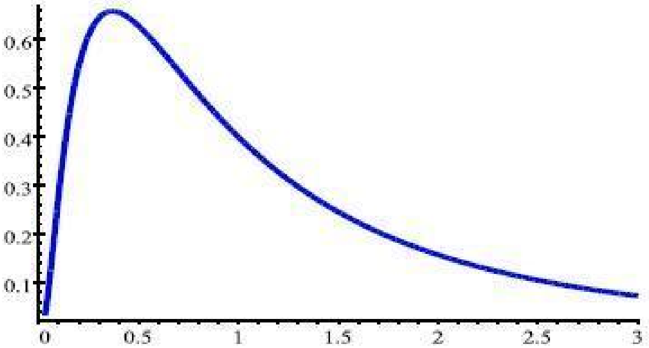
- Stosując model potęgowy logarytmujemy zmienną zależną jak i zmienne niezależne.
- Zmienna zależna i zmienne niezależne powinny przyjmować wartości dodatnie, ponieważ w innym przypadku nie da się ich zlogarytmować.

$$ln(Y_i) = \beta_1 lnX_{1i} + \beta_2 lnX_{2i} + \ldots \beta_K lnX_{Ki} + \varepsilon_i$$

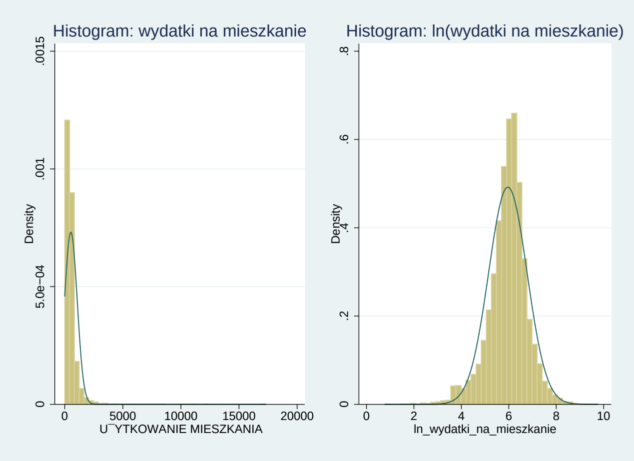
Wybór pomiędzy modelem liniowym a potęgowym

- W badaniach empirycznych często stwierdzamy, że zmienne w modelu mają rozkład zbliżony do normalnego bądź do lognormalnego.
- Jeśli ϵ ma rozkład lognormalny, to $ln(\epsilon)$ ma rozkład normalny.

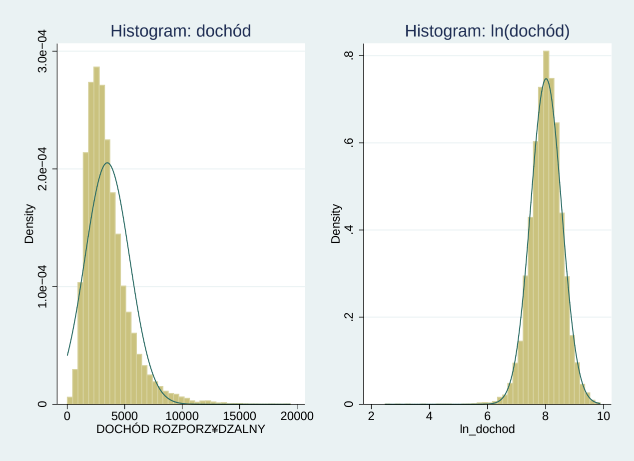
Rozkład lognormalny



Przykład: Wydatki mieszkaniowe gospodarstw domowych



Dochody gospodarstw domowych



Wyniki regresji: poziomy

```
reg w04 dochg  if typ==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =   18328
-------------+------------------------------           F(  1, 18326) = 1196.98
       Model |   334324900     1   334324900           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  5.1186e+09 18326  279307.612           R-squared     =  0.0613
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0613
       Total |  5.4529e+09 18327  297534.578           Root MSE      =   528.5

------------------------------------------------------------------------------
         w04 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       dochg |    .069476   .0020081    34.60   0.000     .0655398    .0734121
       _cons |   285.6029   8.012152    35.65   0.000     269.8983    301.3074
------------------------------------------------------------------------------
```

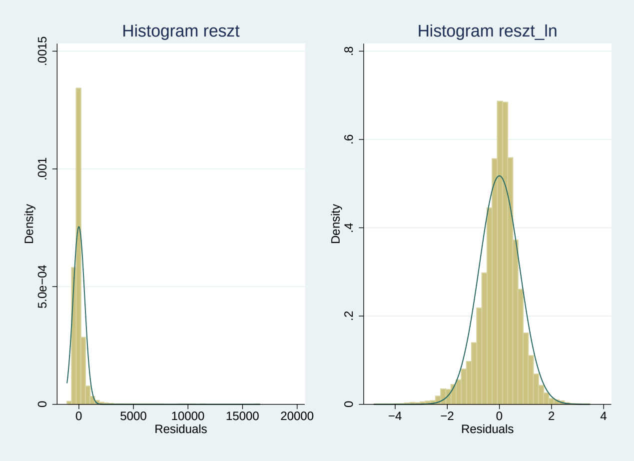
Wyniki regresji: logarytmy

```
reg ln_wydatki_na_mieszkanie ln_dochod  if typ==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =   18328
-------------+------------------------------           F(  1, 18326) = 1955.92
       Model |  1161.9238      1  1161.9238            Prob > F      =  0.0000
    Residual | 10886.6431 18326  .59405452            R-squared     =  0.0964
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0964
       Total | 12048.5669 18327 .657421669            Root MSE      =  .77075

------------------------------------------------------------------------------
ln_wydatków |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
   ln_dochod |   .4716229   .010664    44.23   0.000     .4507205    .4925253
       _cons |   2.178381   .085701    25.42   0.000     2.010399    2.346363
------------------------------------------------------------------------------
```

Reszty z regresji



1. Podaj definicję semielastyczności cząstkowej.