Testy diagnostyczne

Natalia Nehrebecka
Stanisław Cichocki

Wykład 11

Plan wykładu

1. Testy diagnostyczne

2. Testowanie prawidłowości formy funkcyjnej modelu

3. Testowanie normalności składników losowych

4. Testowanie stabilności parametrów

5. Testowanie heteroskedastyczności

Plan wykładu

1. Testy diagnostyczne
2. Testowanie prawidłowości formy funkcyjnej modelu
3. Testowanie normalności składników losowych
4. Testowanie stabilności parametrów
5. Testowanie heteroskedastyczności

Testowanie normalności składników los.

- Test Jarque – Berra (Test JB):

$$H_0 : \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

- składnik los. ma rozkład normalny

$$H_1 : \varepsilon \nsim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

- składnik los. nie ma rozkładu normalnego

Jakie założenie KMRL nie jest spełnione przy odrzuceniu H0?

- Niespełnione dodatkowe założenie o tym, że składnik losowy ma rozkład normalny

Jakie są skutki niespełnienia założenia KMRL

- **Próba duża:** rozkłady statystyk są bliskie standardowym rozkładom

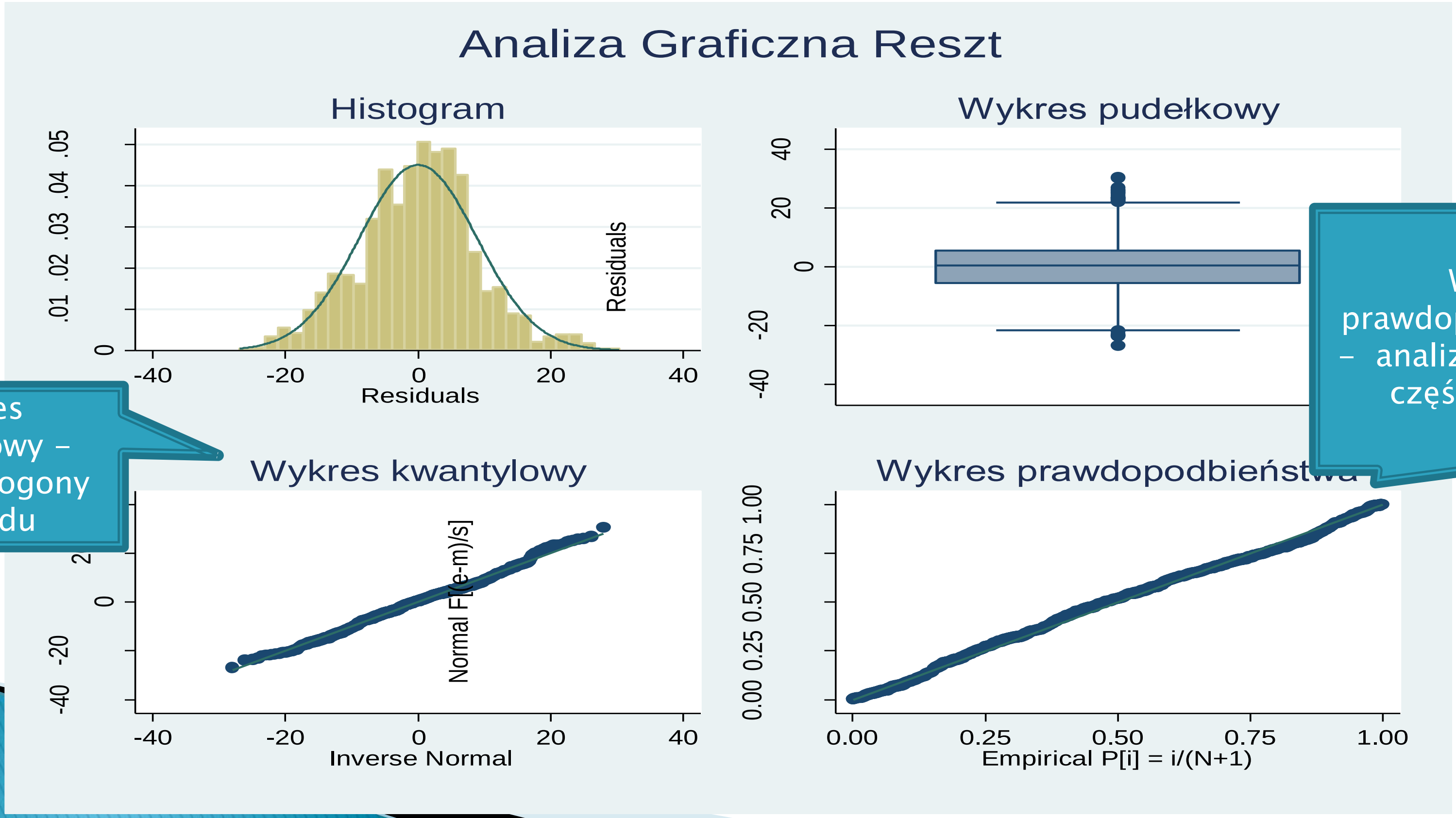
- **Mała próba:** jest problemem, gdyż:
    - To założenie jest niezbędne do wyprowadzenie rozkładów statystyk testowych oraz prawidłowego wnioskowania statystycznego.
    - b_{MNK} jest najlepszym estymatorem wśród liniowych i nieobciążonych estymatorów, ale można znaleźć nieobciążony estymator nieliniowy o wariancji mniejszej niż estymator MNK

Przykład

```
. sktest e
```

Skewness/Kurtosis tests for Normality

Variable	Obs	Pr(Skewness)	Pr(Kurtosis)	adj chi2(2) joint	Prob>chi2 joint
e	1.2e+03	0.7140	0.0837	3.12	0.2102



Wykres kwantylowy – analizuje ogony rozkładu

Wykres prawdopodobieństwa – analizuje środkową część rozkładu

Plan wykładu

1. Testy diagnostyczne

2. Testowanie prawidłowości formy funkcyjnej modelu

3. Testowanie normalności składników losowych

4. Testowanie stabilności parametrów

5. Testowanie heteroskedastyczności

Testowanie stabilności parametrów – Test Chowa

- Służy do weryfikacji czy parametry modelu będą takie same dla kilku różnych podpróbek

- Załóżmy, że modele dla podpróbek: $y_s = X_s \beta_s + \varepsilon_s$,
  gdzie ***s=1,…,m*** oznacza numer podpróbki

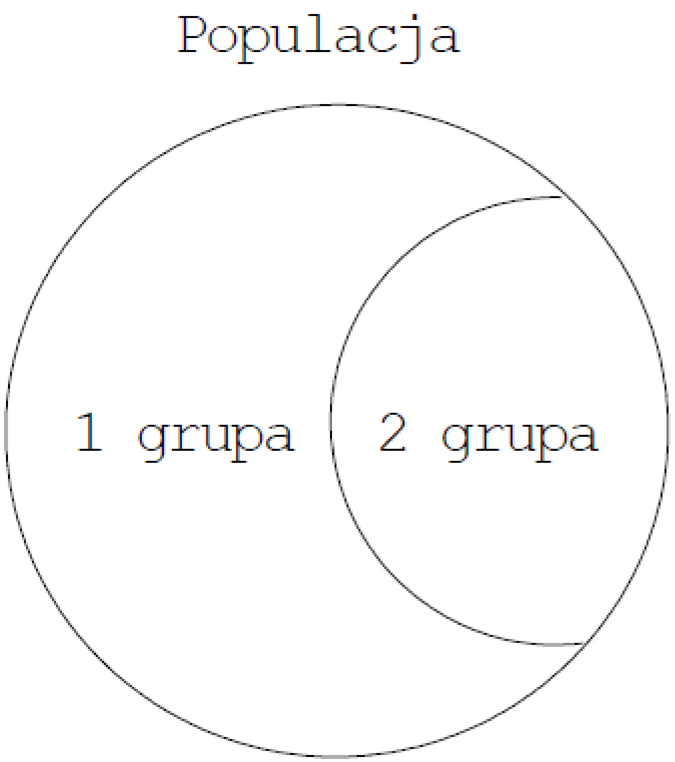
$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_m$$ - **parametry są takie same w podpróbkach**

$$H_1 : \beta_r \neq \beta_s$$ - **parametry różnią się w podpróbkach**

$$dla \;\; pewnych \; r, s$$

Dla próby przekrojowej

Podgrupa analizowanej populacji opisywana innym modelem niż reszta populacji



Procedura przeprowadzenia testu Chowa

Sprawdzimy, czy parametry regresji są takie same w próbkach wyodrębnionych za pomocą zmiennej np. pleć

KROK 1: przeprowadzamy regresję na całej próbie (nie wprowadzamy do modelu zmiennej płec!)

- obliczamy: S=RSS - Suma kwadratów z regresji na całej próbie

KROK 2: przeprowadzamy regresję na próbie kobiet

- obliczamy: $S_1=RSS_1$ - Suma kwadratów z regresji na próbce zawierającej kobiety

KROK 3: przeprowadzamy regresję na próbie mężczyzn

- obliczamy: $S_2=RSS_2$ - Suma kwadratów z regresji na próbce zawierającej mężczyzn

Testowanie stabilności parametrów – test Chowa

Statystyka opisowa:

$$F = \frac{(S - \sum_{s=1}^{m} S_s)/(K(m-1))}{\sum_{s=1}^{m} S_s /(N - mK)} \sim F(K(m-1), N - mK)$$

Gdzie:

S – suma kwadratów reszt z regresji na całej próbie,

S_s – suma kwadratów reszt z regresji na j-tej podpróbie,

m – liczba wyodrebnionych próbek,

K – liczba szacowanych parametrów (*taka sama we wszystkich regresjach*),

N – liczba obserwacji.

Przykład – test Chowa

```
. xi: regress siops age age3 ds dw pasiops masiops
```

Source	SS	df	MS
Model	51114.1379	6	8519.02298
Residual	96395.3946	1225	78.690118
Total	147509.532	1231	119.829027

Number of obs	=	1232
F(6, 1225)	=	108.26
Prob > F	=	0.0000
R-squared	=	0.3465
Adj R-squared	=	0.3433
Root MSE	=	8.8707

siops	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
age	.2190567	.05151	4.25	0.000	.1179991	.3201142
age3	-.0000216	6.55e-06	-3.30	0.001	-.0000345	-8.76e-06
ds	4.84467	.6812481	7.11	0.000	3.508127	6.181212
dw	13.31385	.7250675	18.36	0.000	11.89133	14.73636
pasiops	.084663	.0303691	2.79	0.005	.0250818	.1442441
masiops	.1042921	.0317458	3.29	0.001	.0420101	.1665742
_cons	18.39664	2.241034	8.21	0.000	13.99995	22.79333

Przykład – test Chowa

```
. xi: regress siops age  age3 ds dw pasiops masiops if sex==2

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     663
-------------+------------------------------           F(  6,   656) =   61.69
       Model |  31352.4708     6  5225.41181           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  55567.3783   656  84.7063694           R-squared     =  0.3607
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.3549
       Total |  86919.8492   662  131.298866           Root MSE      =  9.2036

------------------------------------------------------------------------------
       siops |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .1967849   .0736225     2.67   0.008     .0522207    .3413492
        age3 |  -.0000169   9.01e-06    -1.88   0.061    -.0000346    7.79e-07
          ds |   6.909362   .9927858     6.96   0.000     4.959941    8.858783
          dw |   12.12589   .9545302    12.70   0.000     10.25158    14.00019
     pasiops |   .0999609   .0424373     2.36   0.019     .0166316    .1832903
     masiops |   .0573792    .045161     1.27   0.204    -.0312982    .1460567
       _cons |   18.25259   3.203996     5.70   0.000     11.96127    24.54391
------------------------------------------------------------------------------
```

Przykład – test Chowa

```
. xi: regress siops age age3 ds dw pasiops masiops if sex==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     569
-------------+------------------------------           F(  6,   562) =   52.02
       Model |  21630.7481     6  3605.12468           Prob > F      =  0.0000
    Residual |    38951.28   562  69.3083274           R-squared     =  0.3570
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.3502
       Total |  60582.0281   568    106.6585           Root MSE      =  8.3252

------------------------------------------------------------------------------
       siops |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         age |   .2618198   .0716213     3.66   0.000     .1211416     .402498
        age3 |  -.0000284   9.46e-06    -3.00   0.003     -.000047   -9.81e-06
          ds |   2.201164    .928647     2.37   0.018     .3771207    4.025207
          dw |   15.73118   1.160005    13.56   0.000     13.45271    18.00966
     pasiops |   .0491113   .0431628     1.14   0.256    -.0356689    .1338915
     masiops |   .1614052   .0436714     3.70   0.000     .0756261    .2471843
       _cons |   18.85553   3.117649     6.05   0.000     12.73186     24.9792
------------------------------------------------------------------------------
```

Przykład – test Chowa

$$F = \frac{[S - (S_1 + S_2)]/(K(m-1)}{(S_1 + S_2)/(N - mK)}$$

$$\mathrm{F} = \frac{(96395{,}3946 - 55567{,}3783 - 38951{,}28) / (7*1)}{(55567{,}3783 + 38951{,}28) / (1232 - 7*2)} = 3{,}4548958$$

$$\mathrm{F}* = \mathrm{F}(7{,}1218) = 2{,}0170835$$

Jakie założenie KMRL nie jest spełnione przy odrzuceniu H_0?

- Związek pomiędzy zmienną zależną a zmiennymi niezależnymi opisany jest równaniem:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_K x_{Ki} + \varepsilon_i \qquad i = 1,2,3 \cdots N$$

Jakie są skutki niespełnienia założenia KMRL

Odrzucenie hipotezy zerowej o tym, że parametry są stabilne

- **podważa interpretacje ekonomiczną modelu (interpretacja oszacowanych parametrów)**
- **niemożliwe udowodnienie własności estymatora MNK (nieobciążoność czy efektywność estymatora MNK)**

W jaki sposób można rozwiązać problemy zasygnalizowane przez wynik testu?

- Problem niestabilności parametrów można rozwiązać poprzez:
  - wprowadzenie do modelu interakcji pomiędzy zmiennymi 0-1 związanymi z podziałem na grupy a odpowiednimi zmiennymi objaśniającymi (*w przypadku gdy jedynie część parametrów jest różna dla analizowanych podprób*)
  - estymacje osobnych regresji na wyodrębnionych podpróbach

Plan wykładu

1. Testy diagnostyczne

2. Testowanie prawidłowości formy funkcyjnej modelu

3. Testowanie normalności składników losowych

4. Testowanie stabilności parametrów

5. Testowanie heteroskedastyczności

Testowanie heteroskedastyczności

Przypomnienie: Co to znaczy, że w modelu występuje homoskedastyczność/heteroskedastyczność?

- heteroskedastyczność

$$Var(\varepsilon) = \begin{bmatrix} Var(\varepsilon_1) & Cov(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & \cdots & Cov(\varepsilon_1, \varepsilon_n) \\ Cov(\varepsilon_2, \varepsilon_1) & Var(\varepsilon_2) & \cdots & Cov(\varepsilon_2, \varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Cov(\varepsilon_n, \varepsilon_1) & Cov(\varepsilon_n, \varepsilon_1) & \cdots & Var(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Testowanie heteroskedastyczności – Test Goldfelda-Quandta

- Test Goldfelda-Quandta – **samodzielnie!**
  - z konstrukcji wynika, iż można go stosować do wykrywania zależności między wariancją błędu losowego a wielkością jednej zmiennej
  - jako jedyny z testów na heteroskedastyczność ma rozkład wyprowadzony **dla małych prób**

Testowanie heteroskedastyczności – Test Breuscha-Pagana (BP)

- Test BP stosowany jeśli istnieje podejrzenie, że wariancja błędów losowych w modelu zależy od pewnego wektora zmiennych z_i.

$$H_0 : Var(\varepsilon_i) = \sigma^2 \qquad i = 1, \dots, N$$

$$H_1 : Var(\varepsilon_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 f(\alpha_0 + z_i \alpha)$$

gdzie: $f(\bullet)$ **- funkcja różniczkowalna**

z_i **- wektor zmiennych, może zawierać zmienne występujące w wektorze zmiennych objaśniających**

Testowanie heteroskedastyczności

- Szczególną postacią testu Breuscha-Pagana jest test White'a

z_i

zawiera
wszystkie kwadraty
i iloczyny krzyżowe
zmiennych objaśniających

- Stosujemy gdy interesuje nas *samo wykrycie heteroskedastyczności* a mniej wykrycie zmiennych, od których zależy wariancja błędu losowego

Testowanie heteroskedastyczności

- *Test Breuscha-Pagana i White'a* są bardziej uniwersalne niż *test Goldfelda-Quandta* jednak rozkłady statystyk testowych dla tych testów są znane tylko ***dla dużych prób***

Jakie założenie KMRL nie jest spełnione przy odrzuceniu H_0?

- Homoskedastyczność składnika losowego – wariancja błędu losowego jest stała dla wszystkich obserwacji:

$$\operatorname{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \quad dla \;\; i = 1, 2, \ldots, N$$

Pytania teoretyczne

1. Za pomocą jakiego testu weryfikowana jest normalność składnika losowego? Jakiemu założeniu KMRL odpowiada H_0 w tym teście? Jaka jest hipoteza alternatywna w tym teście? Jakie są konsekwencje dla własności MNK, jeśli H_0 jest fałszywe?
2. Za pomocą jakich testów testujemy stabilność parametrów? Jakiemu założeniu KMRL odpowiada H_0 w tym testach? Jakie są hipotezy alternatywne w tym testach?
3. Za pomocą jakich testów można testować heteroskedastyczność? Jakiemu założeniu KMRL odpowiada H_0 w tych testach? Jakie są hipotezy alternatywne w tym testach?

Dziękuję za uwagę