Wybór formy funkcyjnej modelu

Wykład 5

Natalia Nehrebecka Stanisław Cichocki

6 listopada 2019

Plan zajęć

1. Wybór formy funkcyjnej modelu
   - Sprowadzenie modelu nieliniowego do liniowego
2. Interpretacja parametrów
   - Interpretacja parametrów w modelu liniowym
   - Elastyczność
   - Interpretacja parametrów w modelu logliniowym
3. Pytania teoretyczne

Etapy doboru formy funkcyjnej
w praktyce

1. Dobór formy, tak aby możliwa była odpowiedź na pytanie badawcze
2. Szacunek modelu i ocena jakości na podstawie testów diagnostycznych

W praktyce wybiera się tę formę funkcyjną, która jest najsłabiej odrzucana przez testy diagnostyczne.

- Niech

$$y_i = f(\mathbf{x}_i, \theta, \epsilon_i) \tag{1}$$

  będzie funkcją **nieliniową**.

- Pod pewnymi warunkami istnieją takie funkcje, g, h i β, że model (1) można sprowadzić do modelu **liniowego**:

$$g(y_i) = h(\mathbf{x}_i)'\beta(\theta) + \epsilon_i \tag{2}$$

- Oznaczając $g(y_i) = y_i^\star$, $h(\mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_i^\star$ oraz $\beta(\theta) = \beta^\star$ mamy

$$y_i^\star = \mathbf{x}_i^\star \beta^\star + \epsilon_i \tag{3}$$

- Niech

$$y_i = f(\mathbf{x}_i, \theta, \epsilon_i) \tag{1}$$

  będzie funkcją **nieliniową**.

- Pod pewnymi warunkami istnieją takie funkcje, g, h i β, że model (1) można sprowadzić do modelu **liniowego**:

$$g(y_i) = h(\mathbf{x}_i)'\beta(\theta) + \epsilon_i \tag{2}$$

- Oznaczając $g(y_i) = y_i^\star$, $h(\mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_i^\star$ oraz $\beta(\theta) = \beta^\star$ mamy

$$y_i^\star = \mathbf{x}_i^\star\beta^\star + \epsilon_i \tag{3}$$

- Niech
$$y_i = f(\mathbf{x}_i, \theta, \epsilon_i) \tag{1}$$
będzie funkcją **nieliniową**.
- Pod pewnymi warunkami istnieją takie funkcje, g, h i β, że model (1) można sprowadzić do modelu **liniowego**:
$$g(y_i) = h(\mathbf{x}_i)'\beta(\theta) + \epsilon_i \tag{2}$$
- Oznaczając $g(y_i) = y_i^\star$, $h(\mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_i^\star$ oraz $\beta(\theta) = \beta^\star$ mamy
$$y_i^\star = \mathbf{x}_i^\star \beta^\star + \epsilon_i \tag{3}$$

Przykład

Model potęgowy (logliniowy)

$$Y_i = X_{1i}^{\beta_1} X_{2i}^{\beta_2} \ldots X_{Ki}^{\beta_K} e^{\epsilon_i} \tag{4}$$

Zadanie

Jakie zastosować funkcje, żeby model (4) przekształcić do modelu linowego?

$$Y_i = X_{1i}^{\beta_1} X_{2i}^{\beta_2} \dots X_{Ki}^{\beta_K} e^{\epsilon_i} \mid ln()$$

$$ln(Y_i) = ln(X_{1i}^{\beta_1} X_{2i}^{\beta_2} \dots X_{Ki}^{\beta_K} e^{\epsilon_i})$$

$$ln(Y_i) = \beta_1 ln(X_{1i}) + \beta_2 ln(X_{2i}) + \dots + \beta_K ln(X_{Ki}) + \epsilon_i$$

Niech $y_i = ln(Y_i)$ oraz $x_{ji} = ln(X_{ji})$, wtedy mamy:

$$y_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots \beta_K x_{Ki} + \epsilon_i$$

Wniosek

- zależności między zmiennymi ekonomicznymi nie zawsze są liniowe
  ale
- model liniowy jest w praktyce wystarczająco dobrym przybliżeniem,
  zwłaszcza, że
- za pomocą odpowiednich przekształceń zależność nieliniową można sprowadzić do zależności liniowej względem przekształconych zmiennych

Wniosek

- zależności między zmiennymi ekonomicznymi nie zawsze są liniowe
  ale
- model liniowy jest w praktyce wystarczająco dobrym przybliżeniem,
  zwłaszcza, że
- za pomocą odpowiednich przekształceń zależność nieliniową można sprowadzić do zależności liniowej względem przekształconych zmiennych

Wniosek

- zależności między zmiennymi ekonomicznymi nie zawsze są liniowe
  ale
- model liniowy jest w praktyce wystarczająco dobrym przybliżeniem,
  zwłaszcza, że
- za pomocą odpowiednich przekształceń zależność nieliniową można sprowadzić do zależności liniowej względem przekształconych zmiennych

- Dobry model dobrze opisuje zjawisko i posiada parametry o intuicyjnie oczywistej interpretacji.
- Interpretacja wyników jest ważna, bo umożliwia porównanie wyników z teorią, zdrowym rozsądkiem, wynikami z innych źródeł itp.

Efekt cząstkowy
ang. *partial effect*

Efekt cząstkowy zmiana oczekiwanego y_i w reakcji na zmianę x_{ki}; wynosi $\frac{\Delta E(y)}{\Delta x_k}$ przy założeniu, że pozostałe zmienne w modelu nie zmieniają się.

W modelu liniowym

$$E(y_i) = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots \beta_K x_{Ki}$$

o ile zmienne $x_{1i}, x_{2i}, \ldots x_{Ki}$ oraz parametry $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_K$ są nielosowe.
Zatem **efekt cząstkowy** dla $\Delta x_k = 1$ równy jest β_k.

Wniosek

Parametr β_k w modelu **liniowym** opisuje zmianę oczekiwanej wartości y_i na skutek jednostkowej zmiany x_{ki}, przy założeniu, że wszystkie pozostałe zmienne w modelu nie ulegają zmianie (ceteris paribus).

Przykład

```
. reg w04 dochg   if typ==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =   18328
-------------+------------------------------           F(  1, 18326) = 1196.98
       Model |   334324900     1   334324900           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  5.1186e+09 18326  279307.612           R-squared     =  0.0613
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0613
       Total |  5.4529e+09 18327  297534.578           Root MSE      =   528.5

------------------------------------------------------------------------------
         w04 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       dochg |    .069476   .0020081    34.60   0.000     .0655398     .0734121
       _cons |   285.6029   8.012152    35.65   0.000     269.8983     301.3074
------------------------------------------------------------------------------
```

Elastycznością cząstkową nazywamy procentową zmianę oczekiwanego y w reakcji na 1% zmianę x_k:

$$e_{y,x_k} = \frac{\Delta E(y)}{E(y)} \Big/ \frac{\Delta x_k}{x_k} = \frac{\Delta E(y)}{\Delta x_k} \frac{x_k}{E(y)} \approx \frac{\partial E(y)}{\partial x_k} \frac{x_k}{E(y)}$$

ale $\frac{\partial ln(\varphi(x))}{\partial \varphi(x)} = \frac{1}{\varphi(x)}$, stąd $\frac{\partial lnE(y)}{\partial E(y)} = \frac{1}{E(y)}$ oraz $\frac{x_k}{\partial x_k} = \frac{1}{\partial ln(x_k)}$, więc:

$$e_{y,x_k} = \frac{\partial ln(E(y))}{\partial ln x_k}.$$

W modelu logliniowym

$$lnE(Y_i) = \beta_1 lnX_{1i} + \beta_2 lnX_{2i} + \cdots + \beta_K lnX_{Ki}$$

wtedy

$$\frac{\partial lnE(Y_i)}{\partial lnX_{ki}} = \beta_k$$

o ile zmienne $x_{1i}, x_{2i}, \ldots x_{Ki}$ oraz parametry $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_K$ są nielosowe.

Wniosek

Parametr β_k w modelu **logliniowym** jest elastycznością y względem x_k.

Przykład

```
. reg ln_wydatki_na_mieszkanie ln_dochod  if typ==1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =   18328
-------------+------------------------------           F(  1, 18326) = 1955.92
       Model |   1161.9238     1   1161.9238           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  10886.6431 18326  .59405452           R-squared     =  0.0964
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0964
       Total |  12048.5669 18327  .657421669           Root MSE      =  .77075

------------------------------------------------------------------------------
ln_wydatki~e |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
   ln_dochod |   .4716229    .010664    44.23   0.000     .4507205    .4925253
       _cons |   2.178381    .085701    25.42   0.000     2.010399    2.346363
------------------------------------------------------------------------------
```

1. Wyjaśnić, co to jest efekt cząstkowy?
2. Podaj definicję elastyczności cząstkowej.