Sezonowość
Zmienne stacjonarne

Stanisław Cichocki
Natalia Nehrebecka

Wykład 3

Plan wykładu

- 1. Szereg czasowy
- 2. Sezonowość
- 3. Zmienne stacjonarne

Plan wykładu

- 1. Szereg czasowy
- 2. Sezonowość
- 3. Zmienne stacjonarne

Szereg czasowy

- Szereg czasowy jest pojedynczą realizacją pewnego procesu stochastycznego.

Szereg czasowy

Data	Kurs USD/PLN
24.02.2020	3,9772
25.02.2020	3,9624
26.02.2020	3,9573
27.02.2020	3,9413
28.02.2020	3,9255

Szereg czasowy

http://www.bankier.pl/inwestowanie/profile/quote.html?symbol=ROPA

Plan wykładu

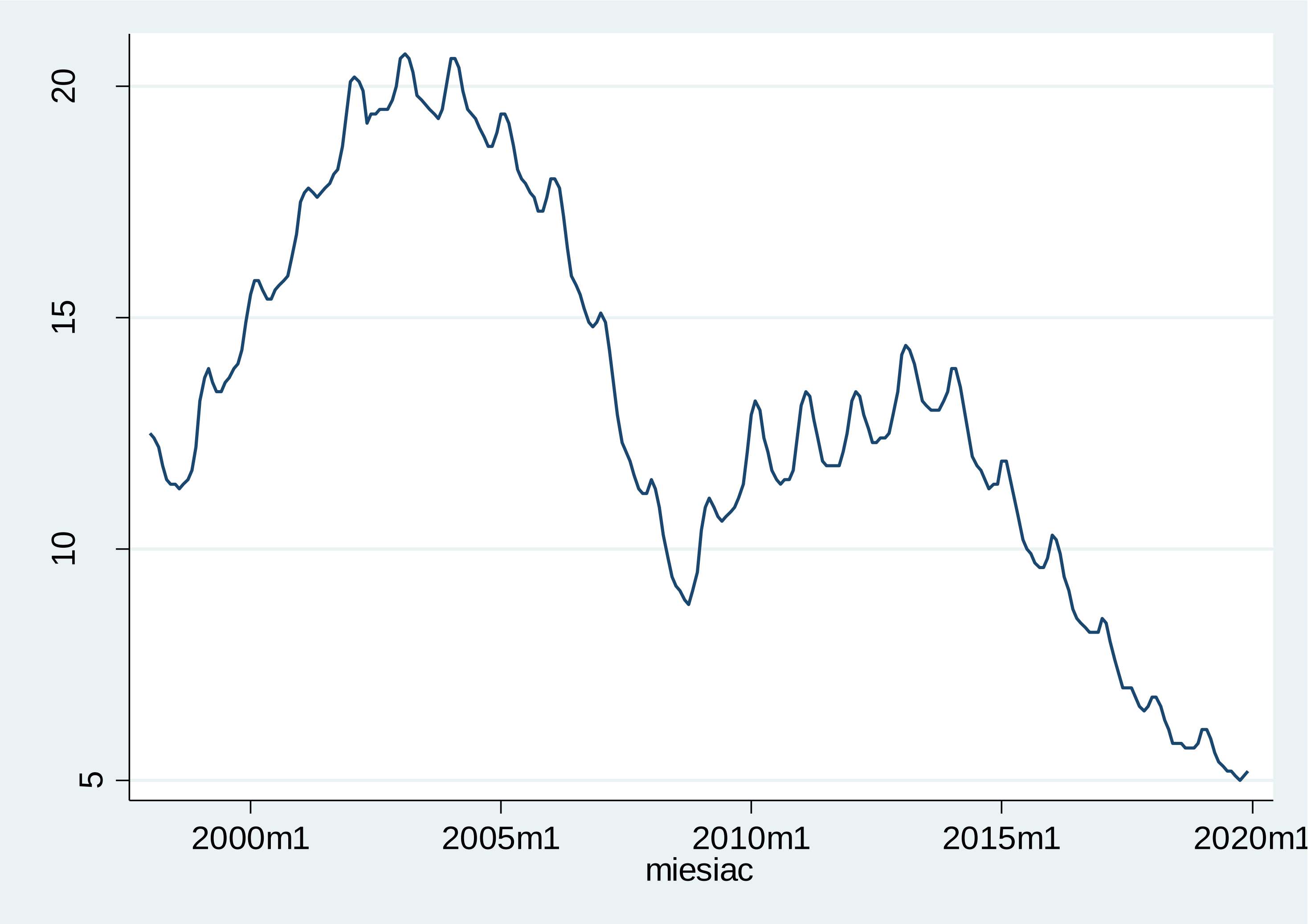
- 1. Szereg czasowy
- 2. Sezonowość
- 3. Zmienne stacjonarne

Sezonowość

- O sezonowości mówimy wtedy gdy zmienna zmienia się w pewnym cyklu, zwykle związanym z cyklem kalendarzowym.
  - Np. zmienne kwartalne charakteryzują się sezonowością kwartalną a zmienne miesięczne charakteryzują się sezonowością miesięczną

- Sezonowość w danych może pojawiać się z rożnych powodów:
  - czynniki klimatyczne (spadek wartości dodanej w budownictwie w okresie zimowym);
  - czynniki kulturowe (wzrost wartości sprzedaży w okresie świąt).

Sezonowość



Sezonowość

- Sezonowości należy uwzględnić w modelu jeśli ma ona wpływ na związek między zmienną objaśniającą a objaśnianą:
  - jeśli w modelu nie zostanie uwzględniona sezonowość to pojawi się ona w resztach, które nie będą spełniały założeń KMRL.

Sezonowość

- Uwzględnienie problemu sezonowości w procesie estymacji:
  a) posłużenie się danymi wyrównanymi sezonowo (publikowane przez urzędy statystyczne; samodzielnie można usunąć sezonowość z danych np. korzystając z programu TRAMO/SEATS);

  b) dodanie do modelu zmiennych zerojedynkowych związanych z poszczególnymi miesiącami/kwartałami;

Sezonowość

- Uwzględnienie problemu sezonowości w procesie estymacji:
  c) zastosowanie różnicowania sezonowego: zamiast pierwotnych zmiennych stosujemy różnice miedzy tymi zmiennymi a wartościami tych samych zmiennych sprzed roku:

$$\Delta_s y_t = y_t - y_{t-s}$$

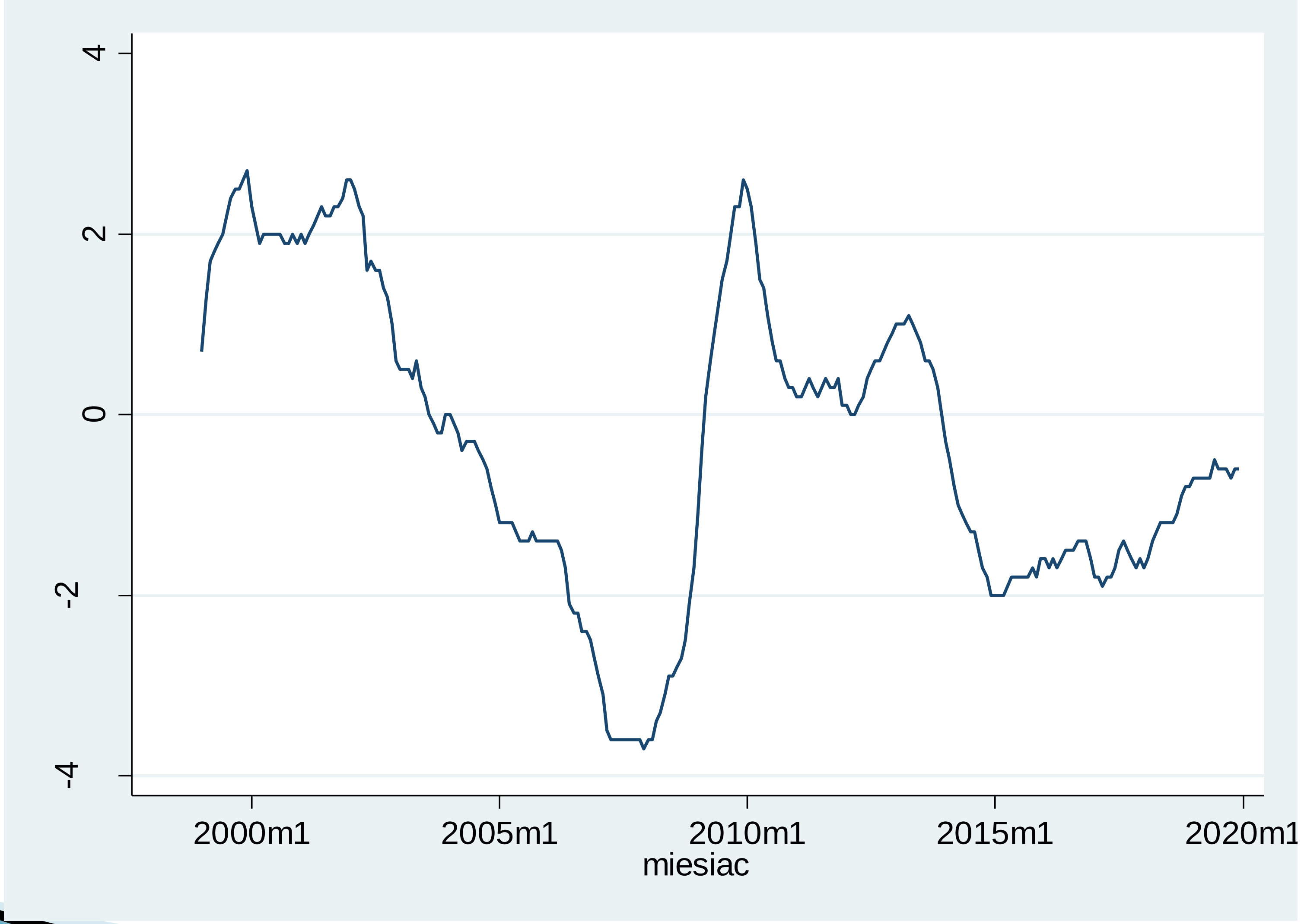
gdzie: s=4 dla zmiennych kwartalnych

s=12 dla zmiennych miesięcznych itd.

Sezonowość

20
15
10
5
2000m1
2005m1
2010m1
2015m1
2020m1
miesiac
stopa
stopa_sa

Sezonowość



Plan wykładu

- 1. Szereg czasowy
- 2. Sezonowość
- 3. Zmienne stacjonarne

Zmienne stacjonarne

- Zmienna jest stacjonarna w sensie słabym (stacjonarność kowariancyjna) jeśli:
  - $E(y_t) = \mu < \infty$ - wartość oczekiwania jest skończona i stała w czasie
  - $Var(y_t) = \sigma^2 < \infty$ - wariancja jest skończona i stała w czasie
  - $Cov(y_{t1,} y_{t1+h}) = Cov(y_{t2,} y_{t2+h}) = \gamma_h$ - dla dowolnych $t1, t2, h$

    kowariancje między realizacjami y_t zależą jedynie od dystansu w czasie h

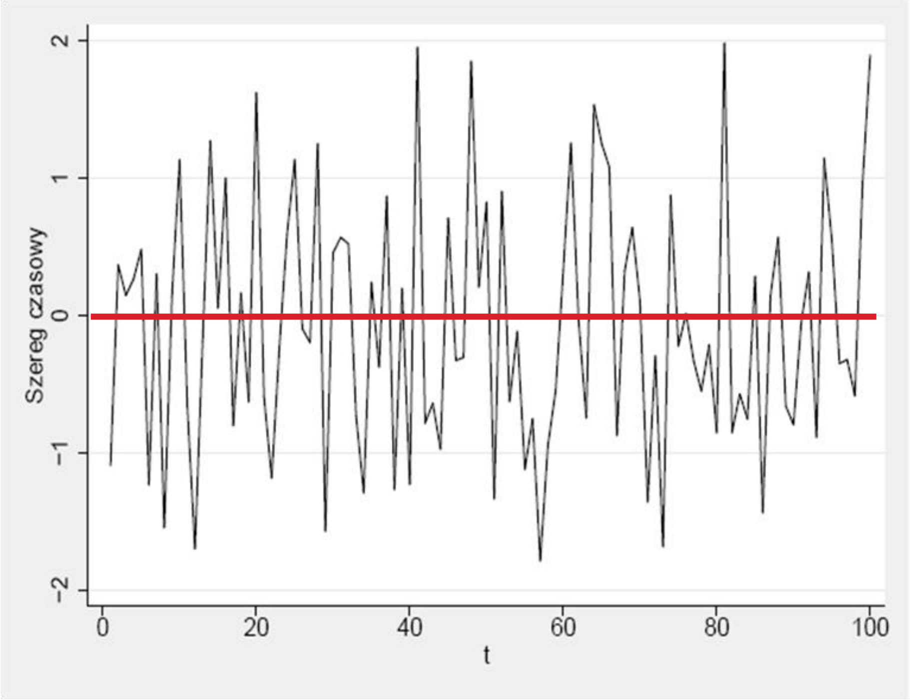
Intuicyjne: zmienna stacjonarna to zmienna, której własności nie zmieniają się w czasie.

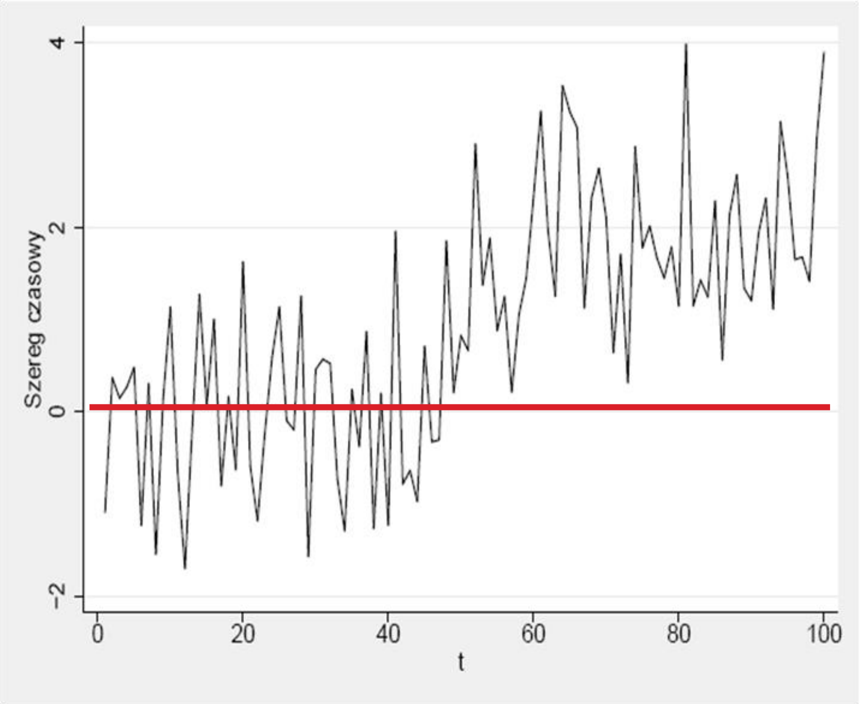
Zmienne stacjonarne

- Jeśli któryś z warunków nie jest spełniony: zmienna niestacjonarna.

Zmienne stacjonarne

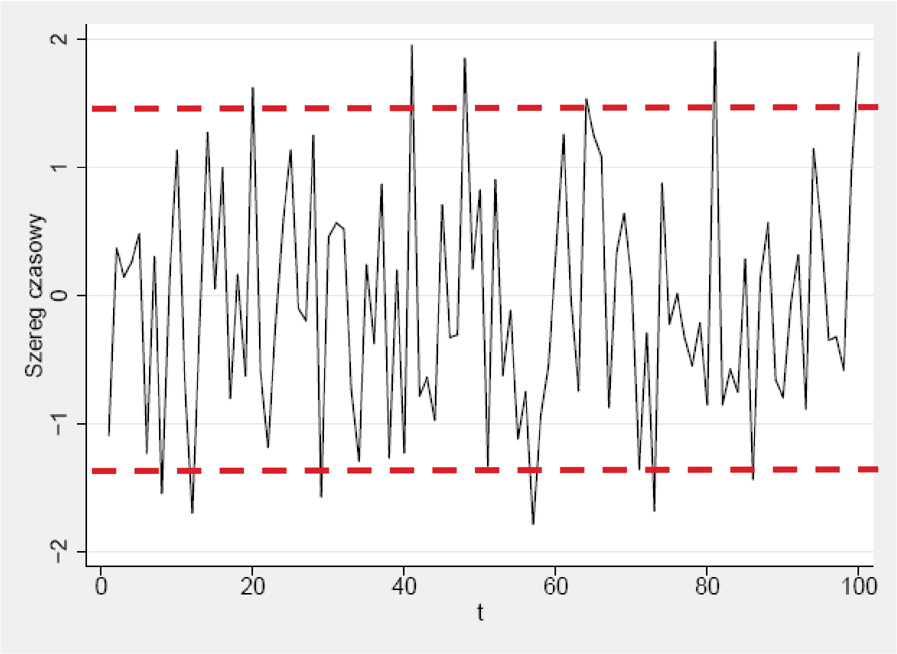
$E(y_t) = \mu < \infty$ - wartość oczekiwania jest skończona i stała w czasie

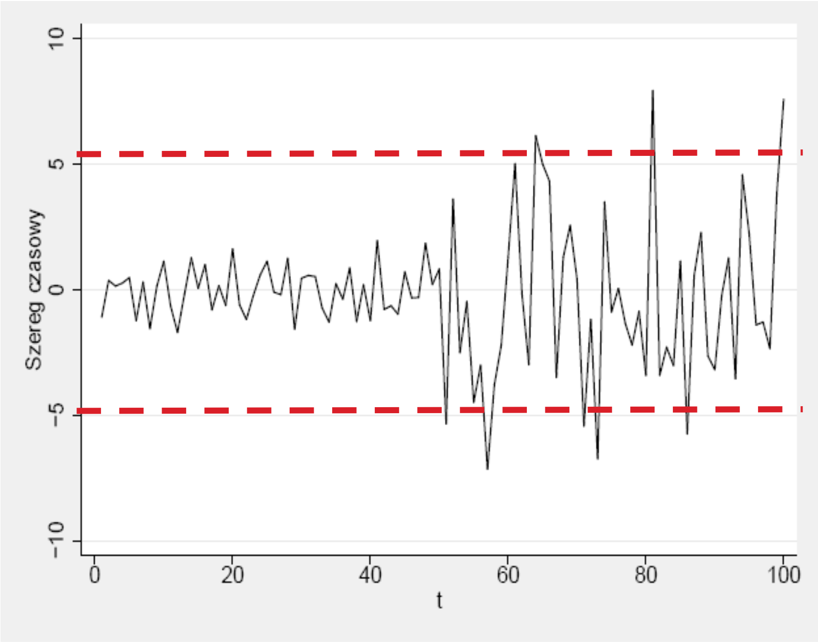




Zmienne stacjonarne

$Var(y_t) = \sigma^2 < \infty$ - wariancja jest skończona i stała w czasie





Zmienne stacjonarne

- Przykład zmiennej stacjonarnej: biały szum (white noise):

$$x_t \sim \mathrm{IID}(0, \sigma^2)$$

IID (Independently and Identically Distributed) – realizacje x_t są niezależne i mają identyczne rozkłady.

Zmienne stacjonarne

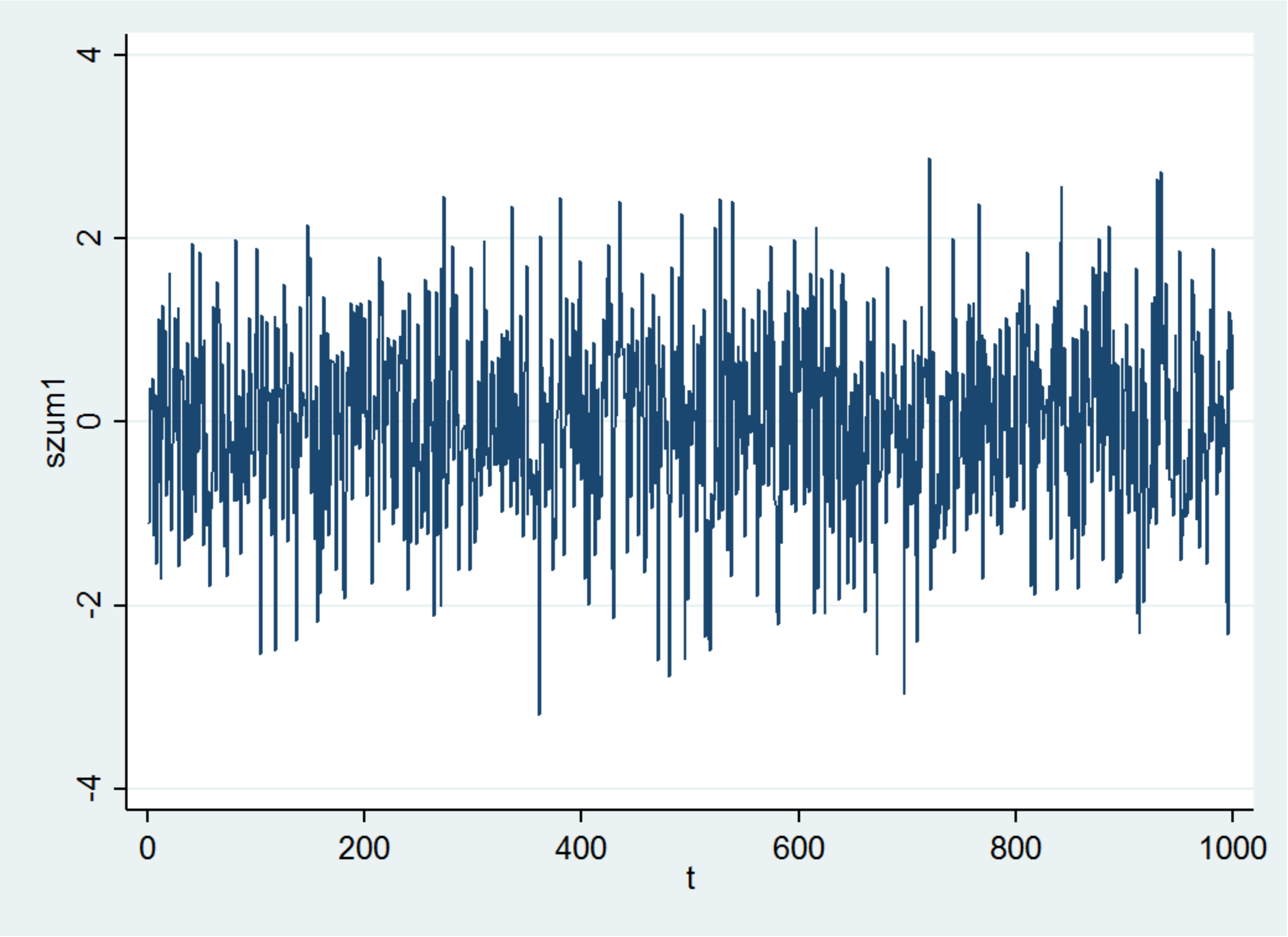
- Dla białego szumu:

$$E(x_t) = 0 < \infty$$

$$Var(x_t) = \sigma^2 < \infty$$

$$Cov(x_t, x_s) = 0 \quad \text{dla} \quad t \neq s$$

Zmienne stacjonarne



Zmienne stacjonarne

- Przykład zmiennej stacjonarnej: model AR(1) dla $|\alpha| < 1$

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim \mathrm{IID}(0, \sigma^2)$$

Zmienne stacjonarne

- Przykład zmiennej stacjonarnej: model AR(1) dla $|\alpha| < 1$

$$E(y_t) = E(\sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i E(\varepsilon_{t-i}) = 0$$

$$Var(y_t) = Var(\sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^{2i} Var(\varepsilon_{t-i}) = \frac{\sigma^2}{1-\alpha^2}$$

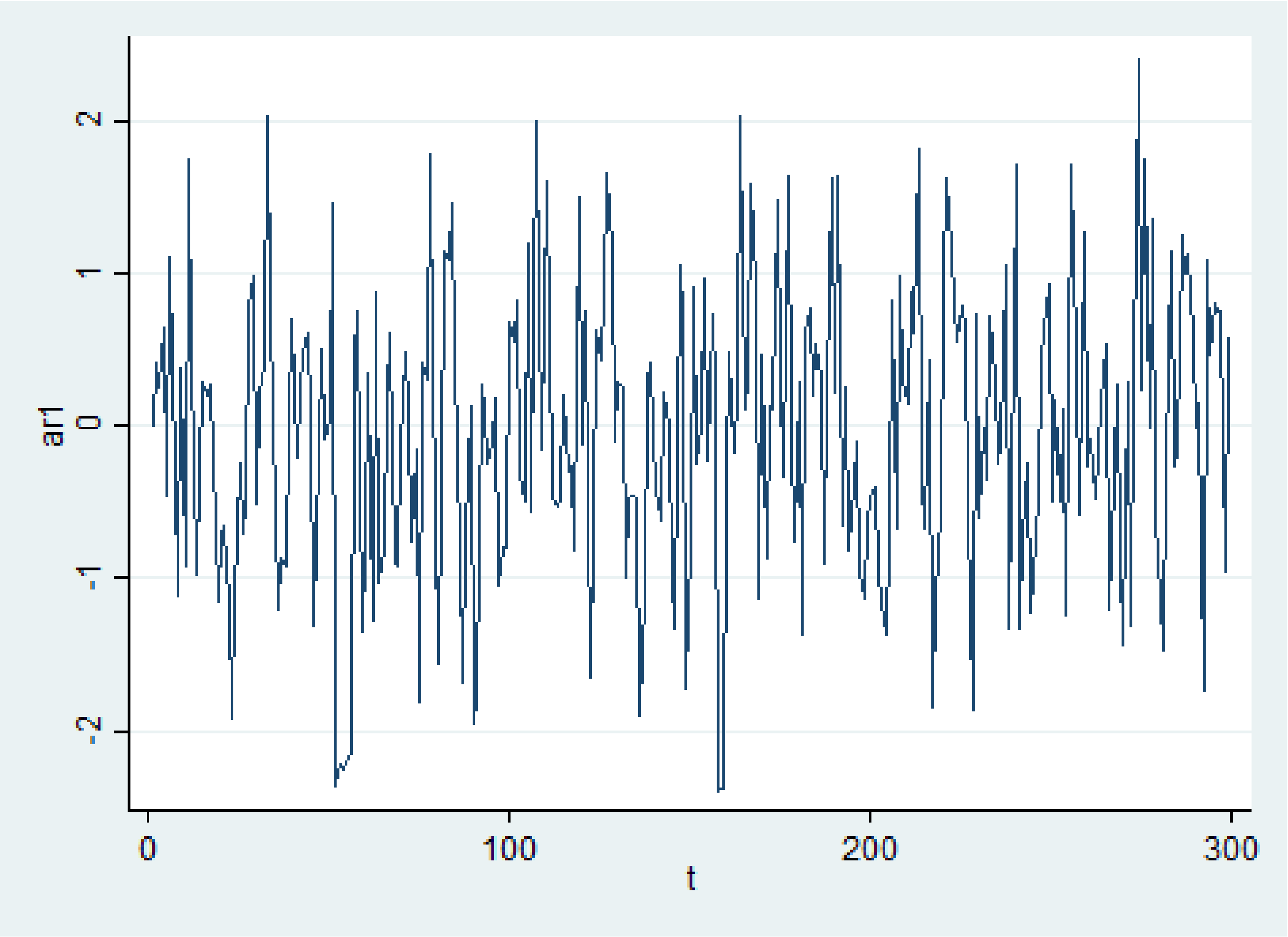
Zmienne stacjonarne

- Przykład zmiennej stacjonarnej: model AR(1) dla $|\alpha| < 1$

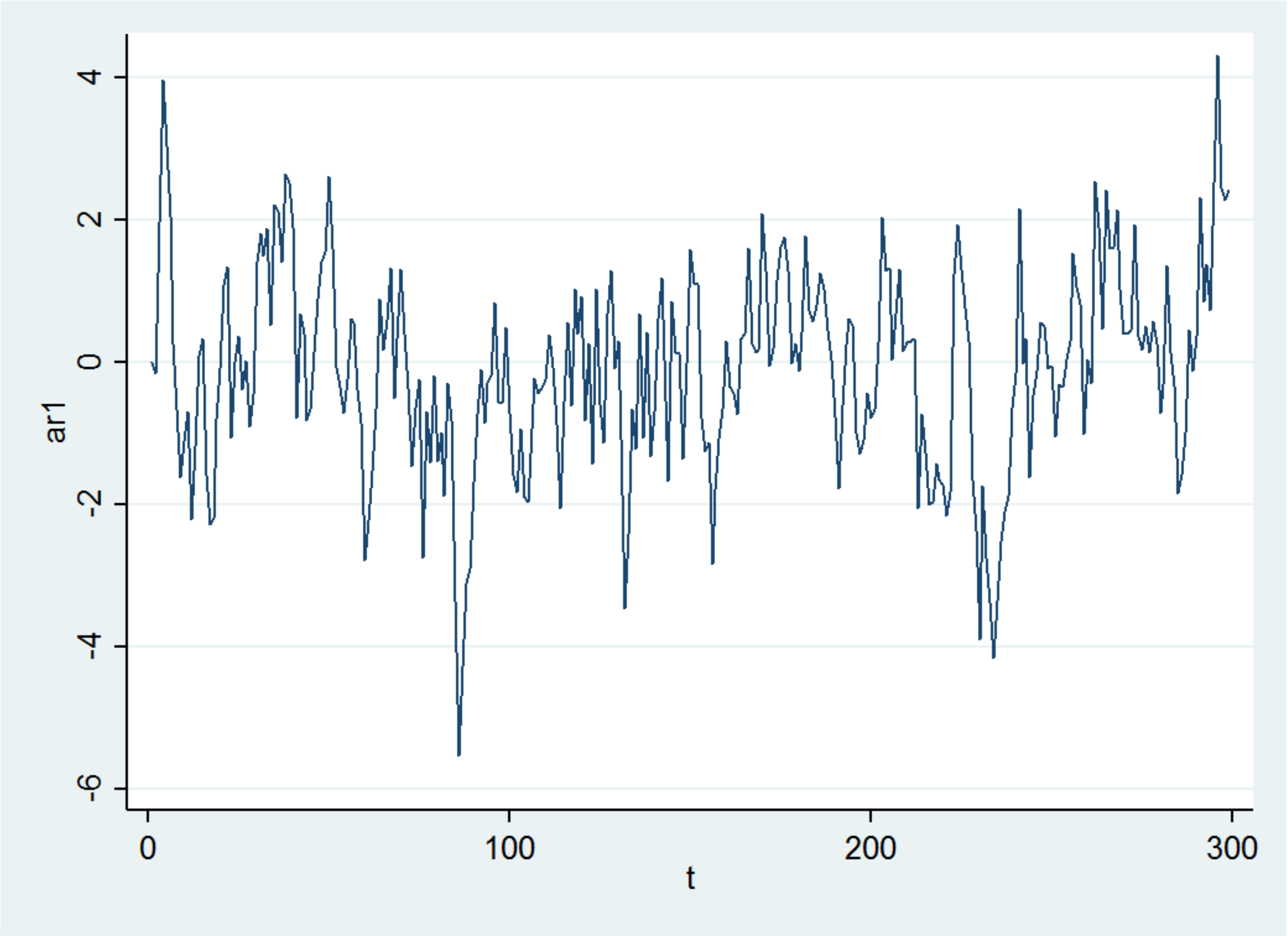
$$Cov(y_t, y_{t-h}) = Cov(\sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i}, \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i-h}) =$$

$$Cov(\sum_{i=0}^{h-1} \alpha^i \varepsilon_{t-i} + \alpha^h \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i-h}, \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i-h}) = \alpha^h \sum_{i=h}^{\infty} \alpha^{2i} Var(\varepsilon_{t-i-h}) = \alpha^h \frac{\sigma^2}{1-\alpha^2}$$

Zmienne stacjonarne



Zmienne stacjonarne



Zmienne stacjonarne

- Przykład zmiennej niestacjonarnej: błądzenie przypadkowe (random walk)

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim \mathrm{IID}(0, \sigma^2)$$

Zmienne stacjonarne

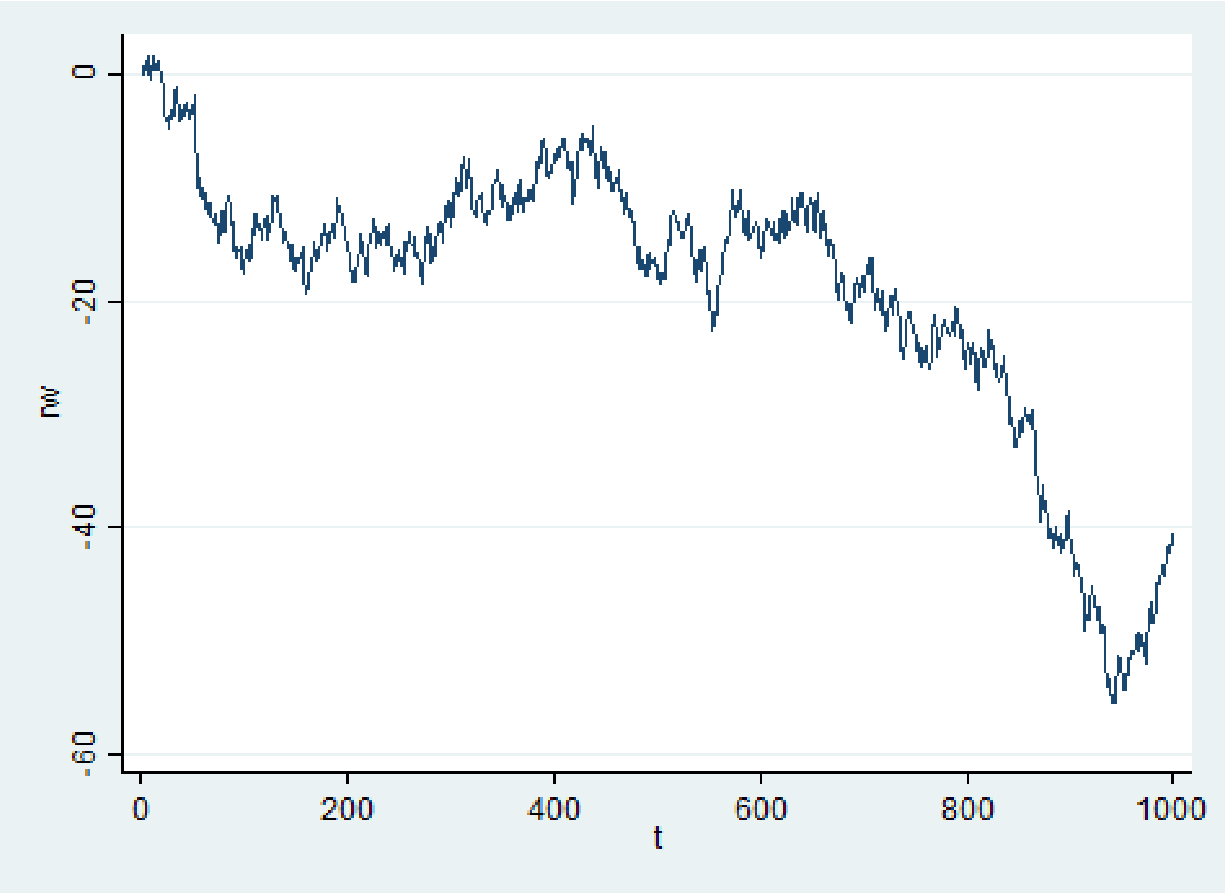
- Przykład zmiennej niestacjonarnej: błądzenie przypadkowe (random walk)

$$E(y_t) = 0$$

$$Var(y_t) = \sum_{s=1}^{t} Var(\varepsilon_s) = t\sigma^2$$

$$Cov(y_t, y_{t-h}) = \sum_{s=1}^{t-h} Var(\varepsilon_s) = (t-h)\sigma^2$$

Zmienne stacjonarne



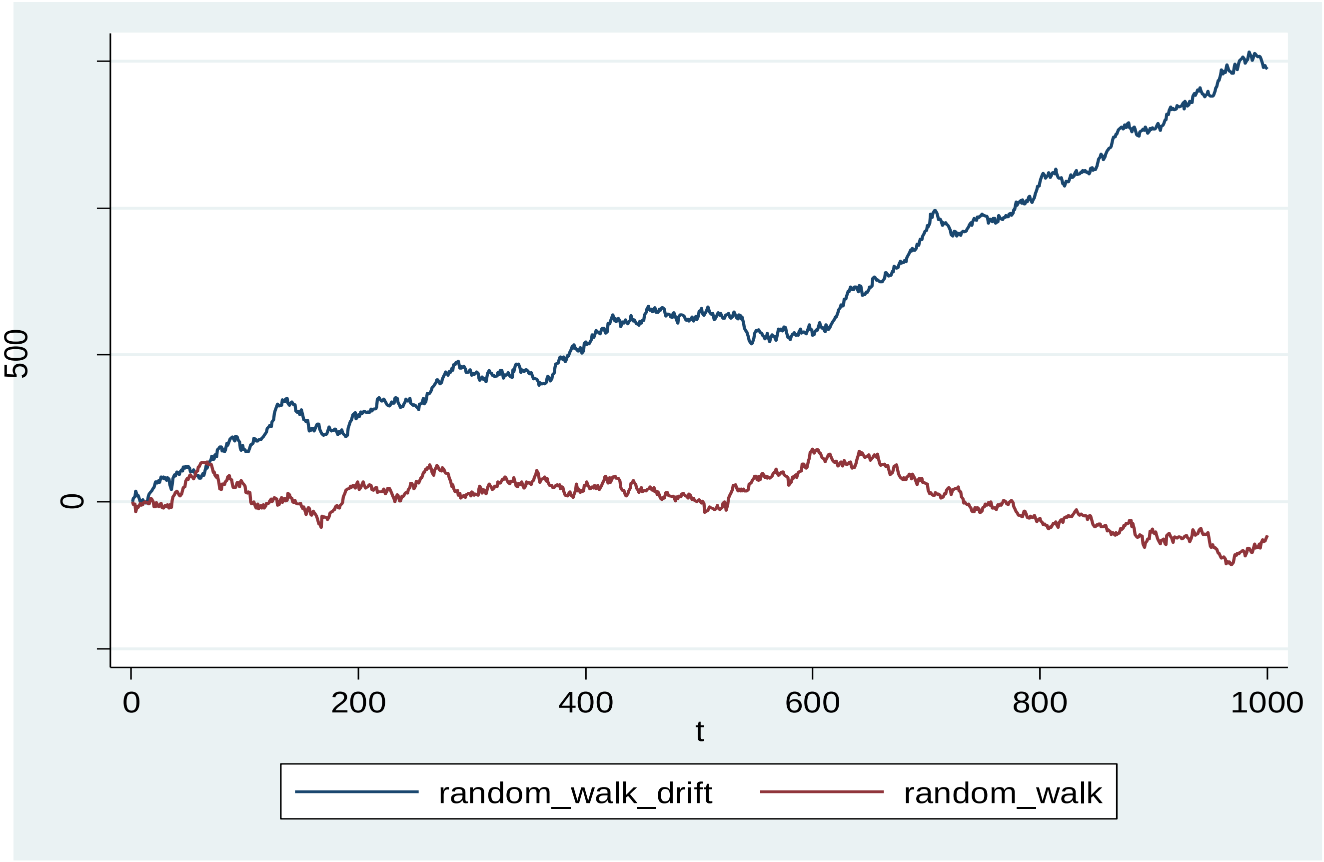
Zmienne stacjonarne

- Przykład zmiennej niestacjonarnej: błądzenie przypadkowe z dryfem

$$y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim \mathrm{IID}(0, \sigma^2)$$

Zmienne stacjonarne



Dziękuję za uwagę