Modele wielorównaniowe (forma strukturalna)

- Formę strukturalna modelu o G równaniach

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{B}\boldsymbol{X}_t + \boldsymbol{u}_t,$$

gdzie

$$\boldsymbol{Y}_t = [y_{1t}, \ldots, y_{Gt}]'$$
$$\boldsymbol{X}_t = [x_{1t}, \ldots, x_{Kt}]'$$
$$\boldsymbol{u}_t = [u_{1t}, \ldots, u_{Gt}]'$$
$$\mathrm{E}\left(\boldsymbol{u}_t\right) = \boldsymbol{0}$$
$$\mathrm{Var}\left(\boldsymbol{u}_t\right) = \boldsymbol{\Sigma}$$
$$\mathrm{E}\left(\boldsymbol{u}_t \boldsymbol{u}_s\right) = \boldsymbol{0} \text{ dla } t \neq s$$

- $\boldsymbol{Y}_t$ wektorem zmiennych endogenicznych

- $\boldsymbol{X}_t$ zakładamy jest wektorem zmiennych z góry ustalonych

- O macierzach $\boldsymbol{A}_{G \times G}$ i $\boldsymbol{B}_{G \times K}$ zakładamy, że mają pełen rząd

- W jednym równaniu może występować więcej niż jedna zmienna endogeniczna

- Przykład (popyt i podaż)

$$
\begin{aligned}
Q_D &= \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\alpha}_1 P + \boldsymbol{\alpha}_2 D + u_1 \\
Q_S &= \boldsymbol{\beta}_1 P + \boldsymbol{\beta}_2 P_M + u_2 \\
Q_D &= Q_S
\end{aligned}
$$

- Q_D-popyt, Q_S-podaż, P-cena, D dochody konsumentów, P_M-ceny surowców. Endogeniczne Q_D, Q_S, P

Modele wielorównaniowe (forma zredukowana)

- Forma zredukowana modelu strukturalnego:

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{X}_t + \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{u}_t$$

- Jeśli zdefiniujemy macierz $\mathbf{\Pi} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}$ i zaburzenie losowe $\boldsymbol{\varepsilon}_t = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{u}_t$, to

$$\boldsymbol{Y}_t = \mathbf{\Pi}\boldsymbol{X}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

- W jednym równaniu tylko jedna zmienna endogeniczna

- Przykład (popyt i podaż)

$$Q_D = \boldsymbol{\pi}_{11} + \boldsymbol{\pi}_{12} D + \boldsymbol{\pi}_{13} P_M + \boldsymbol{\varepsilon}_1 = Q_S$$
$$P = \boldsymbol{\pi}_{21} + \boldsymbol{\pi}_{22} D + \boldsymbol{\pi}_{23} P_M + \boldsymbol{\varepsilon}_2$$

- π są funkcjami α i β

$$\boldsymbol{\pi}_{11} = \frac{\boldsymbol{\beta}_1 \boldsymbol{\alpha}_0}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1},\ \boldsymbol{\pi}_{12} = \frac{\boldsymbol{\beta}_1 \boldsymbol{\alpha}_2}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1},\ \boldsymbol{\pi}_{13} = -\frac{\boldsymbol{\beta}_2 \boldsymbol{\alpha}_1}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1}$$
$$\boldsymbol{\pi}_{21} = \frac{\boldsymbol{\alpha}_0}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1},\ \boldsymbol{\pi}_{22} = \frac{\boldsymbol{\alpha}_2}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1},\ \boldsymbol{\pi}_{23} = -\frac{\boldsymbol{\beta}_2}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1}$$

- ε są kombinacjami u

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\varepsilon}_1 &= \frac{\boldsymbol{\beta}_1}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1} u_1 - \frac{\boldsymbol{\alpha}_1}{\boldsymbol{\beta} -_1 \boldsymbol{\alpha}_1} u_2 \\
\boldsymbol{\varepsilon}_2 &= \frac{1}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1} u_1 - \frac{1}{\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\alpha}_1} u_2
\end{aligned}
$$

Identyfikacja

- Pomnóżmy model strukturalny lewostronnie przez $\boldsymbol{F}_{G\times G}$

$$\boldsymbol{FAY}_t = \boldsymbol{FBX}_t + \boldsymbol{Fu}_t$$

- Można go zapisać jako

$$\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{B}^*\boldsymbol{X}_t + \boldsymbol{u}_t^*$$

- Uzyskany w ten sposób model nie można na podstawie danych odróżnić od modelu pierwotnego!

- Do identyfikacji konieczne ograniczenia nałożenie na $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ takich ograniczeń, że $\boldsymbol{A}^*$, $\boldsymbol{B}^*$ spełniają je jedynie dla $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{I}$

- Warunek konieczny identyfikacji

$$K \geq G_j + K_j - 1$$

  gdzie K liczba zmiennych egzogenicznych, G_j liczba zmiennych endogenicznych w j-tym równaniu, K_j liczba zmiennych egzogenicznych w j-tym równaniu (wliczając w to stałą)

- Przykład (podaż i popyt)

$$Q_D = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\alpha}_1 P + \boldsymbol{\varepsilon}_1$$
$$Q_S = \boldsymbol{\beta}_0 + \boldsymbol{\beta}_1 P + \boldsymbol{\varepsilon}_2$$
$$Q_D = Q_S$$

- Sprawdźmy warunek konieczny: pierwsze równanie $1 < 2 + 1 - 1$ i $1 < 2 + 1 - 1$

- Dla oryginalnego modelu: $3 = 2 + 2 - 1$ i $3 > 2 + 1 - 1$ (oba równania identyfikowalne, drugie przeidentyfikowane)

MNK i obciążenie Haavelmo

W prostym modelem Keynsowskim

$$
\begin{aligned}
C_t &= a + bY_t + \varepsilon_t \\
Y_t &= C_t + I_t
\end{aligned}
$$

C_t to konsumpcja, Y_t to GDP a I_t to inwestycje. Drugie równanie w modelu jest tożsamością - definiuje dochód narodowy jako sumę konsumpcji i inwestycji. Podstawiając pierwsze równanie do drugiego otrzymujemy

$$Y_t = a + bY_t + \varepsilon_t + I_t$$

Rozwiązując dla Y_t otrzymujemy

$$Y_t = \frac{a}{1-b} + \frac{1}{1-b} I_t + \frac{\varepsilon_t}{1-b}$$

Załóżmy, że ε_t i I_t są nieskorelowane, wtedy

$$\begin{aligned} \mathrm{Cov}\left(\varepsilon_t, Y_t\right) &= \mathrm{Cov}\left(\varepsilon_t, \frac{a}{1-b} + \frac{1}{1-b} I_t + \frac{\varepsilon_t}{1-b}\right) \\ &= \frac{1}{1-b} \mathrm{Var}\left(\varepsilon_t\right) \neq 0 \end{aligned}$$

Problem równoczesności pojawia się równaniu konsumpcji: zmienna objaśniająca Y_t skorelowana z błędem losowym. Zachodzi następujące sprzężenie zwrotne: C_t (konsumpcja) zależy od Y_t (dochodu) ale jednocześnie dochód zależy od konsumpcji.

Wynik Przyczyną występowania równoczesności jest występowanie między zmienną objaśnianą i zmiennymi objaśniającymi sprzężenia zwrotnego.

Wynik Z powodu występowania problemu równoczesności, MNK zastosowane do poszczególnych równań formy strukturalnej modelu wielorównaniowego o równaniach współzależnych daje estymator, który nie jest zgodny .

Pośrednia MNK

- Estymacja formy zredukowanej
  - po prawej stronie jedynie zmienne egzogeniczne
  - założony brak heteroskedastyczności i autokorelacji
  - można stosować MNK do każdego z równań z osobna
- Elementy macierzy $\mathbf{\Pi}$ są funkcjami elementów macierzy $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$, ponieważ $\mathbf{\Pi} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}$
- Czy można znaleźć estymatory $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$ z układu równań $\widehat{\mathbf{\Pi}} = \widehat{\boldsymbol{A}}^{-1}\widehat{\boldsymbol{B}}$?
- Dla modelu strukturalnego

- nieidentyfikowalnego: nieskończenie wiele rozwiązań
- dokładnie zidentyfikowanego: jedno rozwiązanie
- przeidentyfikowanego: kilka sprzecznych rozwiązań

- Przykład (równie popytu i podaży)

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 = \frac{\widehat{\boldsymbol{\pi}}_{11}}{\widehat{\boldsymbol{\pi}}_{21}}, \quad \widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 = \frac{\widehat{\boldsymbol{\pi}}_{12}}{\widehat{\boldsymbol{\pi}}_{22}}, \quad \widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 = -\widehat{\boldsymbol{\pi}}_{23}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_1\right)$$
$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_1 = \frac{\widehat{\boldsymbol{\pi}}_{13}}{\widehat{\boldsymbol{\pi}}_{23}}, \quad \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_2 = \widehat{\boldsymbol{\pi}}_{22}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_1\right), \quad \boldsymbol{\alpha}_0 = \widehat{\boldsymbol{\pi}}_{21}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_1\right)$$

- Dwa alternatywne wzory dla $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1$!!!

Dwustopniowa MNK ($2MNK$)

- Problem równoczesności
- Estymatorem zgodnym w tym przypadku MZI.
- Zmienne instrumentalne: wszystkie zmienne egzogeniczne w modelu
- Warunek stosowalności MZI w j-tym równaniu: co najmniej tyle instrumentów co zmiennych
- Równoważny warunkowi identyfikowalności!!!
- Dwa etapy estymacji w $2MNK$:

1. Obliczmy wartości dopasowane zmiennych endogenicznych z regresji na zmiennych egzogenicznych (wartości dopasowane z formy zredukowanej)

2. Obliczamy MZI estymatory parametrów dla poszczególnych równań formy strukturalnej (zmienne endogeniczne zastępujemy wyliczonymi w pierwszym kroku ich wartościami teoretycznymi)

- j-te równanie formy strukturalnej można zapisać jako

$$\boldsymbol{y}_j = \boldsymbol{Z}_j \boldsymbol{\beta}_j + \boldsymbol{u}_j$$

gdzie $\boldsymbol{Z}_j$ jest wektorem zmiennych endo i egzogenicznych występujących w tym równaniu

- Cały model można zapisać teraz w następujący sposób

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_1 \\ \boldsymbol{y}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \boldsymbol{Z}_2 & & \mathbf{0} \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & & \boldsymbol{Z}_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{u}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{u}_G \end{bmatrix}$$

- Co można też zapisać jako

$$\overline{\boldsymbol{y}} = \overline{\boldsymbol{Z}}\,\overline{\boldsymbol{\beta}} + \overline{\boldsymbol{u}}$$

- Dopasowane wartości $\widehat{\boldsymbol{Z}}_j$ uzyskane z regresji $\boldsymbol{Z}_j$ na zmiennych egzogenicznych (wartości dopasowane zmiennych endogenicznych uzyskane z formy zredukowanej):

$$\widehat{\boldsymbol{Z}}_j = \boldsymbol{X}\widehat{\mathbf{\Pi}}_j = \boldsymbol{X}\left(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Z}_j = \boldsymbol{P}_X\boldsymbol{Z}_j.$$

- Estymator $2MNK$ można zapisać jako:

$$\boldsymbol{b}_{2MNK} = \left(\widehat{\overline{\boldsymbol{Z}}}'\widehat{\overline{\boldsymbol{Z}}}\right)^{-1}\widehat{\overline{\boldsymbol{Z}}}'\overline{\boldsymbol{y}}$$

gdzie

$$\widehat{\overline{\boldsymbol{Z}}} = \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{Z}}_1 & \cdots & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \widehat{\boldsymbol{Z}}_G \end{bmatrix}$$

- Estymatory uzyskane z $2MNK$ są estymatorami nieefektywnymi, ponieważ w trakcie estymacji i-tego równania nie wykorzystują informacji wynikających z ograniczeń nałożonych na j-te równanie.

- Estymatory $2MNK$ należą do kategorii estymatorów ograniczonej informacji (*Limited information*), ponieważ do ich oszacowania nie jest konieczna znajomość wszystkich równań w modelu

Trójstopniowa MNK ($3MNK$)

- Wiemy, że $\mathrm{Var}\left(\boldsymbol{u}_t\right) = \boldsymbol{\Sigma}$ a jej elementami są wariancje i kowariancje błędów losowych dla poszczególnych równań w okresie t

- Macierz wariancji kowariancji błędów losowych dla równania i jest z okresów $1, \ldots, T$ jest równa:

$$\mathrm{Var}\left(\boldsymbol{u}_i\right) = \boldsymbol{\sigma}_{ii}\boldsymbol{I}$$

- Macierz kowariancji między błędami losowymi z równań i i j

$$\mathrm{Cov}\left(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_i\right) = \boldsymbol{\sigma}_{ij}\boldsymbol{I}$$

- $\overline{\boldsymbol{u}}$ jest więc heteroskedastyczny i jego macierz wariancji kowariancji ma postać:

$$\mathrm{Var}\left(\overline{\boldsymbol{u}}\right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{11}\boldsymbol{I} & & \boldsymbol{\sigma}_{1G}\boldsymbol{I} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{\sigma}_{G1}\boldsymbol{I} & & \boldsymbol{\sigma}_{GG}\boldsymbol{I} \end{bmatrix} = \overline{\boldsymbol{\Sigma}}$$

- Dysponując zgodnym estymatorem $\overline{\boldsymbol{\beta}}$ możemy spróbować policzyć estymator $\boldsymbol{\Sigma}$ i $\overline{\boldsymbol{\Sigma}}$.

- Dla każdego z policzonych równań liczymy reszty z $2MNK$ i na ich podstawie liczymy $\widehat{\boldsymbol{\Sigma}}$

$$\widehat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ij} = \widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = \frac{\widetilde{\boldsymbol{e}}_i'\widetilde{\boldsymbol{e}}_j}{T}$$

- W trzecim kroku liczymy estymator $3MNK$ jako stosowalny estymator

$UMNK$:

$$\boldsymbol{b}_{3MNK} = \left(\widehat{\overline{\boldsymbol{Z}}}'\widehat{\overline{\boldsymbol{\Sigma}}}^{-1}\widehat{\overline{\boldsymbol{Z}}}\right)^{-1}\widehat{\overline{\boldsymbol{Z}}}'\widehat{\overline{\boldsymbol{\Sigma}}}^{-1}\overline{\boldsymbol{y}}$$

gdzie

$$\widehat{\overline{\boldsymbol{\Sigma}}} = \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{11}\boldsymbol{I} & & \widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{1G}\boldsymbol{I} \\ & \ddots & \\ \widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{G1}\boldsymbol{I} & & \widetilde{\boldsymbol{\sigma}}_{GG}\boldsymbol{I} \end{bmatrix}$$

- $3MNK$ zaliczamy do metod pełnej informacji, ponieważ musimy znać pełen model, by go zastosować przy znajomości pełnego modelu

Przykład Jednym z pierwszych wyestymowanych modeli wielorównaniowych był model gospodarki Stanów Zjednoczonych w latach $1921 - 1941$ stworzony przez Kleina. Składa się on z następujących równań

$C_t = \boldsymbol{\alpha}_1 + \boldsymbol{\alpha}_2 P_t + \boldsymbol{\alpha}_3 P_{t-1} + \boldsymbol{\alpha}_4 (W_t + W_t') + u_{1t}$	konsumpcja
$W_t = \boldsymbol{\gamma}_1 + \boldsymbol{\gamma}_2 X_t + \boldsymbol{\gamma}_3 X_{t-1} + \boldsymbol{\gamma}_4 t + u_{3t}$	płace w sektorze prywatnym
$I_t = \boldsymbol{\beta}_1 + \boldsymbol{\beta}_2 P_t + \boldsymbol{\beta}_3 P_{t-1} + \boldsymbol{\beta}_4 K_{t-1} + u_{2t}$	inwestycje
$K_t = I_t + K_{t-1}$	wielkość kapitału
$X_t = C_t + I_t + G_t$	równanie dochodu narodowego
$P_t = X_t - W_t - T_t$	zyski w sektorze prywatnym

Zmiennymi endogenicznymi w tym modelu jest konsumpcja C_t, płace w sektorze prywatnym W_t, inwestycje I_t, wielkość kapitału w gospodarce K_t, produkt narodowy X_t oraz zyski w sektorze prywatnym P_t. Zmiennymi egzogenicznymi w tym modelu są stała, trend liniowy t, wydatki rządowe G_t, płace w sektorze państwowym W_t', podatki T_t oraz zmienne opóźnione P_{t-1}, K_{t-1}, X_{t-1}. Zauważmy, że model ten różni się klasycznego modelu IS/LM, ponieważ nie ma w nim zmiennych związanych z sektorem pieniężnym takich jak ilość pieniądza, czy stopy procentowe.

- Estymacja pojedynczego równania MZI

```
Instrumental variables (2SLS) regression

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      21
-------------+------------------------------           F(  3,    17) =  225.93
       Model |  919.504138     3  306.501379           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  21.9252518    17  1.28972069           R-squared     =  0.9767
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9726
       Total |  941.429389    20  47.0714695           Root MSE      =  1.1357

------------------------------------------------------------------------------
c            |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
p            |   .0173022   .1312046     0.13   0.897    -.2595153    .2941197
wp_plus_wg   |   .8101827   .0447351    18.11   0.000        .7158    .9045654
p            |
          L1 |   .2162338   .1192217     1.81   0.087    -.0353019    .4677696
_cons        |   16.55476   1.467979    11.28   0.000     13.45759    19.65192
------------------------------------------------------------------------------
Instrumented:  p L.p wp_plus_wg
Instruments:   year g wg t L.p k1 L.x
------------------------------------------------------------------------------
```

- Test Sargana na prawidłowość przeidentyfikowujących ograniczeń

```
Tests of overidentifying restrictions:
Sargan N*R-sq test        8.772  Chi-sq(4)    P-value = 0.0671
Basmann test              9.325  Chi-sq(4)    P-value = 0.0535
```

- Test Hausaman-Wu na endogeniczność zmiennych objaśniających

```
Tests of endogeneity of: p L.p wp_plus_wg
H0: Regressors are exogenous
    Wu-Hausman F test:                3.48647  F(3,14)     P-value = 0.04460
    Durbin-Wu-Hausman chi-sq test:    8.98009  Chi-sq(3)   P-value = 0.02956

------------------------------------------------------------------------------
             |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
c            |
p            |
          L1 |   .2162338   .1192217     1.81   0.076    -.0231137    .4555814
          -- |   .0173022   .1312046     0.13   0.896     -.246102    .2807064
wp_plus_wg   |   .8101827   .0447351    18.11   0.000     .7203733    .8999921
_cons        |   16.55476   1.467979    11.28   0.000     13.60767    19.50185
-------------+----------------------------------------------------------------
wp           |
x            |
          -- |   .4388591   .0396026    11.08   0.000     .3593535    .5183646
```

```
          L1 |   .1466739   .0431639     3.40   0.001     .0600187     .233329
year         |   .1303956   .0323884     4.03   0.000     .0653733     .195418
_cons        |  -250.2936   61.95692    -4.04   0.000    -374.6773   -125.9099
-------------+----------------------------------------------------------------
i            |
p            |
          -- |   .1502219   .1925335     0.78   0.439    -.2363053    .5367491
          L1 |   .6159434   .1809258     3.40   0.001     .2527198    .9791671
k1           |  -.1577876   .0401521    -3.93   0.000    -.2383963    -.077179
_cons        |   20.27821   8.383247     2.42   0.019     3.448138    37.10828
------------------------------------------------------------------------------
Endogenous variables:  c wp i wp_plus_wg x p
Exogenous variables:   L.p L.x year k1 g wg t
------------------------------------------------------------------------------


------------------------------------------------------------------------------
             |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
c            |
p            |
          L1 |   .1631439   .1004382     1.62   0.104    -.0337113    .3599992
          -- |   .1248904   .1081291     1.16   0.248    -.0870387    .3368194
wp_plus_wg   |    .790081   .0379379    20.83   0.000      .715724    .8644379
_cons        |   16.44079   1.304549    12.60   0.000     13.88392    18.99766
-------------+----------------------------------------------------------------
wp           |
```

```
x            |
          -- |   .4004919   .0318134    12.59   0.000     .3381388     .462845
          L1 |    .181291   .0341588     5.31   0.000     .1143411    .2482409
year         |    .149674   .0279352     5.36   0.000      .094922    .2044261
_cons        |  -287.2233    53.4488    -5.37   0.000    -391.9811   -182.4656
-------------+----------------------------------------------------------------
i            |
p            |
          -- |  -.0130791   .1618962    -0.08   0.936    -.3303898    .3042316
          L1 |   .7557238   .1529331     4.94   0.000     .4559805    1.055467
k1           |  -.1948482   .0325307    -5.99   0.000    -.2586072   -.1310893
_cons        |   28.17785   6.793768     4.15   0.000     14.86231    41.49339
------------------------------------------------------------------------------
Endogenous variables:  c wp i wp_plus_wg x p
Exogenous variables:   L.p L.x year k1 g wg t
------------------------------------------------------------------------------
```