Estymacja modeli ARDL przy użyciu Staty

Michał Kurcewicz

21 lutego 2005

Celem zadania jest oszacowanie długookresowego modelu popytu na szeroki pieniądz w Niemczech. Załączony zbiór danych `beyer.csv` pochodzi z pracy Beyer (1998) i zawiera następujące szeregi (wyrównane sezonowo dane kwartalne 1975:1 - 1994:4):

- y – logarytm *realnego* GDP,
- m – logarytm *nominalnej* podaży szerokiego pieniądza,
- p – logarytm poziomu cen,
- rl, rs – odpowiednio długo i krótkookresowa stopa procentowa.

Dodatkowo zbiór ten zawiera dwie zmienne zerojedynkowe przyjmujące odpowiednio wartość 1 dla pierwszego kwartału 1990 (zmienna $D1990(1)$) i 1991 (zmienna $D1991(1)$), oraz 0 dla wszystkich pozostałych obserwacji. Zmienna $D1990(1)$ modeluje bardzo wysoki wzrost stóp procentowych, jaki nastąpił po upadku muru berlińskiego w listopadzie 1989. Zmienną $D1991(1)$ wprowadzono ze względu na zmianę definicyjną szeregów m i y - od tej daty obejmują one cały obszar zjednoczonych Niemiec, a nie jedynie ich cześć zachodnią. Omawiany zbiór danych zawiera też zmienną znakową *obs* określającą datę danej obserwacji w formacie `<rok>q<kwartał>` (np. `1974q1`).

Zbiór danych należy zaimportować do Staty w standardowy sposób (poleceniem `insheet using` <`scieżka do beyer.csv`> lub poprzez odpowiedni punkt w menu).

1 Wstępna obróbka danych

Przed przystąpieniem do dalszych czynności konieczne jest określenie, że wczytany zbiór danych zawiera szeregi czasowe. W tym celu zostanie wykorzystana funkcja `quarterly` (gdyż dane są kwartalne) przekształcająca ciągi znakowe na zmienną kodującą daty:

```
gen date = quarterly(obs, “yq”)
```

Funkcja `quarterly` wymaga podania dwóch argumentów. Pierwszym argumentem jest nazwa zmiennej znakowej zwierającej datę (w naszym przypadku `obs`), drugim argumentem jest ciąg znaków definiujący kolejność pól określających rok i kwartał w zmiennej będącej pierwszym argumentem (“`yq`” dla formatu `<rok>q<kwartał>`). W Stacie dostępne są też odpowiedniki funkcji `quarterly` dla danych o innych częstotliwościach (`yearly`, `monthy` itp.). Po zdefiniowaniu zmiennej `date` określenie zakresu próby należy wykonać za pomocą polecenia `tsset`:

```
tsset date
```

Bez wykonania polecenia `tsset` funkcje dostępne jedynie dla szeregów czasowych nie będą dostępne.

W kolejnym kroku zdefiniowana zostanie zmienna mr będąca logarytem *realnej* podaży szerokiego pieniądza. Jako deflator zostanie wykorzystana zmienna p (tj. $mr = m - p$, gdyż zmienne m i p są w logarytmach):

```
gen mr = m - p
```

1.1 Operatory opóźnienia i różnicowania

W Stacie są dostępne standardowe operatory opóźnienia

$$Lx_t = x_{t-1}$$

oraz różnicowania

$$Dx_t = x_t - x_{t-1}$$

W celu opóźnienia danej zmiennej należy ją poprzedzić operatorem "`l.`". Na przykład zmienną `y_1` będącą opóźnioną o jeden zmienną `y` można utworzyć poprzez wydanie polecenia:

```
gen y_1 = l.y
```

Operator `l.` można składać. Na przykład wydanie polecenia

```
gen y_2 = l.l.y
```

utworzy zmienną `y_2` równą zmiennej `y` opóźnionej o dwa okresy. Korzystając ze skrótowej notacji l<liczba złożeń>. zmienną `y_2` można też zdefiniować jako

```
gen y_2 = l2.y
```

W podobny sposób korzysta się z operatora różnicowania "`d.`" – aby zdefiniować szereg pierwszych różnic zmiennej y należy wykonać polecenie

```
gen dy = d.y
```

zaś szereg czwartych różnic zmiennej p ($p_t - p_{t-4}$ czyli roczną inflację) można uzyskać wykonując

```
gen infl = d4.p
```

2 Estymacja modelu ARDL

2.1 Postać modelu ogólnego

Bieżąca realna podaż pieniądza będzie modelowana przy pomocy opóźnionej podaży pieniądza (część AR) oraz bieżących i opóźnionych wartościach zmiennych y, rl, rs oraz $infl$ (część DL)

$$\begin{aligned} mr_t &= \gamma + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i mr_{t-i} + \sum_{i=0}^{k} \beta_{1i} y_{t-i} + \sum_{i=0}^{k} \beta_{2i} rl_{t-i} \qquad (1) \\ &+ \sum_{i=0}^{k} \beta_{3i} rs_{t-i} + \sum_{i=0}^{k} \beta_{4i} infl_{t-i} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Początkowa liczba opóźnień k w modelu ogólnym 1 została ustalona na 5. Estymacja w Stacie modelu 1 za pomocą polecenia

```
reg mr l(1/5).mr l(0/5).y l(0/5).rl l(0/5).rs l(0/5).infl
```

dała następujące wyniki (zauważmy, że zastosowano skrótową notację `l(od/do).zmienna` do wyspecyfikowania listy zmiennych objaśniających)

```
  Source |       SS       df       MS              Number of obs =      71
---------+------------------------------           F( 29,    41) =  660.67
   Model |  2.90632962    29  .100218263           Prob > F      =  0.0000
Residual |  .006219335    41  .000151691           R-squared     =  0.9979
---------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9964
   Total |  2.91254896    70  .041607842           Root MSE      =  .01232

------------------------------------------------------------------------------
mr       |      Coef.   Std. Err.       t     P>|t|       [95% Conf. Interval]
---------+--------------------------------------------------------------------
mr       |
      L1 |    .580608    .1523782      3.81   0.000       .272874    .8883421
      L2 |   .1013025    .1761214      0.58   0.568     -.2543819    .4569869
      L3 |   .0070535    .1752333      0.04   0.968     -.3468374    .3609444
      L4 |   .2017544    .1720825      1.17   0.248     -.1457731     .549282
      L5 |   .0059789    .1435266      0.04   0.967      -.283879    .2958368
y        |
      -- |   .8157333    .1339717      6.09   0.000      .5451719    1.086295
      L1 |  -.3797597    .1986511     -1.91   0.063     -.7809438    .0214244
      L2 |   .1040901    .1906346      0.55   0.588     -.2809042    .4890844
      L3 |  -.2189562    .1852762     -1.18   0.244      -.593129    .1552166
      L4 |   -.376016     .191971     -1.96   0.057     -.7637093    .0116772
      L5 |   .1453949    .1899431      0.77   0.448     -.2382029    .5289927
rl       |
      -- |  -1.413011    .5390444     -2.62   0.012     -2.501633   -.3243889
      L1 |   -.559029    .6727754     -0.83   0.411     -1.917726    .7996684
      L2 |   .3704283    .6731584      0.55   0.585     -.9890427    1.729899
      L3 |  -.0083337    .6685498     -0.01   0.990     -1.358497     1.34183
      L4 |   1.232711    .6938101      1.78   0.083     -.1684667    2.633889
      L5 |  -1.702538    .5587959     -3.05   0.004     -2.831049    -.574027
rs       |
      -- |   .2701893    .3944419      0.68   0.497     -.5264023    1.066781
      L1 |    .240676    .5995517      0.40   0.690     -.9701431    1.451495
      L2 |  -.0091683    .6050045     -0.02   0.988        -1.231    1.212663
      L3 |   -.355061    .6060457     -0.59   0.561     -1.578995     .868873
      L4 |    .051324    .5584163      0.09   0.927      -1.07642    1.179069
      L5 |   .8386374    .3945392      2.13   0.040      .0418494    1.635425
infl     |
      -- |  -.2367176    .2924638     -0.81   0.423     -.8273602    .3539251
```

```
      L1 |  -.6843034   .6765461    -1.01   0.318    -2.050616    .6820092
      L2 |  -.8707841   .9219914    -0.94   0.350    -2.732784    .9912154
      L3 |  -.7866773   .9152193    -0.86   0.395       -2.635   1.061646
      L4 |  -.6217233   .6306125    -0.99   0.330    -1.895271    .6518244
      L5 |  -.2175916   .2595862    -0.84   0.407    -.7418365    .3066534
_cons    |    .244463   .2003123     1.22   0.229    -.1600759     .649002
---------------------------------------------------------------------------
```

2.2 Testowanie własności składnika losowego modelu ogólnego

W przypadku modeli dynamicznych najważniejszym testem diagnostycznym jest test na autokorelację składnika losowego gdyż w przypadku występowania autokorelacji w takim modelu, uzyskiwane oszacowania parametrów są *niezgodne*. Wyniki testu Brauscha-Godfreya dla modelu ogólnego wskazują, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o braku autokorelacji składnika losowego:

```
. bgodfrey, lags(1/4)

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
---------------------------------------------------------------------------
    lags(p)  |          chi2               df                 Prob > chi2
-------------+-------------------------------------------------------------
       1     |          0.029               1                   0.8649
       2     |          0.385               2                   0.8249
       3     |          3.059               3                   0.3826
       4     |          4.810               4                   0.3073
---------------------------------------------------------------------------
                        H0: no serial correlation
```

Zauważmy, że ponieważ w modelu występuje opóźniona zmienna zależna, do badania autokorelacji składnika losowego *nie można* wykorzystywać testu Durbina-Watsona. Oprócz testu na autokorelację reszt na tym etapie należy przeprowadzić także pozostałe testy diagnostyczne (np. testy normalności i homoskedastyczności składnika losowego). W przypadku odrzucenia hipotezy zerowej należy zmienić specyfikację modelu (np. rozszerzyć model o dodatkowe zmienne, zwiększyć liczbę opóźnień).

2.3 Ustalanie liczby opóźnień

Liczba opóźnień w modelu ogólnym zostanie ustalona na podstawie kryterium od ogólnego do szczególnego. W pierwszej kolejności testujemy łączną nieistotność ostatniego opóźnienia zmiennych objaśniających:

```
. test l5.mr l5.y l5.rl  l5.rs l5.infl

 ( 1)  L5.mr = 0
 ( 2)  L5.y = 0
 ( 3)  L5.rl = 0
```

```
( 4)  L5.rs = 0
( 5)  L5.infl = 0

      F(  5,    41) =    2.45
           Prob > F =    0.0494
```

Przyjmując poziom istotności 0.01 nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej - zatem model ogólny możemy zredukować usuwając z modelu ostatnie opóźnienie zmiennych objaśniających. Zredukowany model szacujemy za pomocą polecenia:

```
reg mr l(1/4).mr l(0/4).y l(0/4).rl l(0/4).rs l(0/4).infl
```

Przeprowadzając test na autokorelację reszt w zredukowanym modelu nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej - zatem nałożenie restrykcji zerowych na ostatnie opóźnienie w modelu ogólnym nie zaburzyło własności składnika losowego.

```
. bgodfrey, lags(1/4)

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
---------------------------------------------------------------------------
    lags(p)  |          chi2               df                 Prob > chi2
-------------+-------------------------------------------------------------
       1     |          1.158               1                   0.2820
       2     |          1.560               2                   0.4583
       3     |          4.205               3                   0.2402
       4     |          4.862               4                   0.3017
---------------------------------------------------------------------------
                        H0: no serial correlation
```

W kolejnych krokach rekurencyjnie redukujemy model, za każdym razem badając własności składnika losowego zredukowanego modelu. W ten sposób uzyskujemy model $ARDL(1,1)$

```
. reg mr l.mr l(0/1).y l(0/1).rl l(0/1).rs l(0/1).infl

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      75
-------------+------------------------------           F(  9,    65) = 2011.03
       Model |    3.352526     9  .372502889           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .012039927    65   .00018523           R-squared     =  0.9964
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9959
       Total |  3.36456592    74  .045467107           Root MSE      =  .01361

------------------------------------------------------------------------------
mr           |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
mr           |
          L1 |   .8807592   .0507273    17.36   0.000     .7794497    .9820687
y            |
          -- |   .7487373   .1135013     6.60   0.000     .5220595    .9754151
```

```
         L1 |  -.6021427   .1297239    -4.64   0.000    -.8612192   -.3430663
rl          |
         -- |  -.5205242   .4614789    -1.13   0.263    -1.442161    .4011128
         L1 |  -.0836479   .4580373    -0.18   0.856    -.9984116    .8311157
rs          |
         -- |  -.1669498   .3213477    -0.52   0.605    -.8087255    .4748259
         L1 |   .3729614   .3108881     1.20   0.235     -.247925    .9938477
infl        |
         -- |    .061933   .1105664     0.56   0.577    -.1588834    .2827494
         L1 |   .0057136   .1091126     0.05   0.958    -.2121993    .2236264
_cons       |  -.0539844     .10943    -0.49   0.623    -.2725311    .1645623
------------------------------------------------------------------------------
```

Modelu tego już nie można dalej zredukować:

```
. test l1.mr l1.y l1.rl  l1.rs l1.infl

 ( 1)  L.mr = 0
 ( 2)  L.y = 0
 ( 3)  L.rl = 0
 ( 4)  L.rs = 0
 ( 5)  L.infl = 0

       F(  5,    65) =   71.50
            Prob > F =    0.0000
```

Test Brauscha-Godfreya dla tego modelu nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o braku autokorelacji składnika losowego:

```
. test l1.mr l1.y l1.rl  l1.rs l1.infl

 ( 1)  L.mr = 0
 ( 2)  L.y = 0
 ( 3)  L.rl = 0
 ( 4)  L.rs = 0
 ( 5)  L.infl = 0

       F(  5,    65) =   71.50
            Prob > F =    0.0000
```

Na podstawie kryterium od ogólnego do szczególnego przyjęto, że liczba opóźnień k jest równa jeden.

2.4 Wyznaczanie rozwiązania długookresowego

Mnożniki długookresowe dla modelu $ARDL(1,1)$ wyznaczono jako

$$\hat{\beta_i^*} = \frac{\hat{\beta_{i0}} + \hat{\beta_{i1}}}{1 - \hat{\alpha_1}}$$

uzyskując $\hat{\beta}_1^* = \frac{0.75-0.6}{1-0.88} = 1.23$, $\hat{\beta}_2^* = -5.07$, $\hat{\beta}_3^*$ =1.73, $\hat{\beta}_4^* = 0.63$. Zauważmy, że wszystkie mnożniki długookresowe, poza mnożnikiem związanym z inflacją, mają znaki zgodne z teorią ekonomii (popyt na pieniądz rośnie wraz ze wzrostem dochodu i gdy rośnie oprocentownie depozytów krótkokresowych, maleje zaś w przypadku wzrostu oprocentowania aktywów nie ujętych w M3).

2.5 Testowanie przyczynowości w sensie Grangera

```
. reg infl l.mr l.y l.rl l.rs l.infl

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      75
-------------+------------------------------           F(  5,    69) =   18.72
       Model |  .020618651     5   .00412373           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .015200555    69  .000220298           R-squared     =  0.5756
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5449
       Total |  .035819207    74  .000484043           Root MSE      =  .01484

------------------------------------------------------------------------------
infl         |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
mr           |
          L1 | -.0057479   .0522252    -0.11   0.913    -.1099343    .0984385
y            |
          L1 |  .0098845   .0711375     0.14   0.890     -.132031       .1518
rl           |
          L1 |  .0972729   .2807613     0.35   0.730    -.4628307    .6573764
rs           |
          L1 | -.0748774   .1577653    -0.47   0.637    -.3896105    .2398557
infl         |
          L1 | -.7396271   .0765765    -9.66   0.000    -.8923931   -.5868611
_cons        | -.0240587   .1140845    -0.21   0.834    -.2516511    .2035337
------------------------------------------------------------------------------

. test l.mr

 ( 1)  L.mr = 0

       F(  1,    69) =    0.01
            Prob > F =    0.9127
```

Zatem zmiany podaży pieniądza nie są przyczyną inflacji.

Literatura

Beyer, A. (1998). Modelling Money Demand in Germany. *Journal of Applied Econometrics*, **13**(1):57–76.